

دراسة تأثير نصف قطر الفتحة الدائرية على شدة الضوء المنعرج على طولي المحور الضوئي وحدّ الظل الهندسي من خلال علاقتها بمسافة رايلي

د. سمر فيصل عمران*

(تاريخ الإيداع ٢٠٢٥/١٢/٢ - تاريخ النشر ٢٠٢٦/٣/٤)

□ ملخص □

قمنا في هذا البحث بالتركيز على الشدة الضوئية الناتجة عن انعراج الضوء عبر فتحة دائرية على طول المحور الضوئي، وكذلك الشدة على طول حدّ الظل الهندسي، بالإضافة إلى ذلك قمنا بدراسة تأثير نصف قطر الفتحة الدائرية على شكل الانعراج من خلال علاقتها بمسافة رايلي بدلالة طول موجة الضوء المستخدم، وذلك من أجل الحالتين التاليتين: الشدة على طول المحور البصري، والشدة على طول حدّ الظل الهندسي.

كلمات مفتاحية : الفتحة الدائرية، المحور الضوئي، حدّ الظل الهندسي، التحليل التوافقي الكروي، مسافة رايلي.

*د. سمر فيصل عمران: مَدّرس في قسم الفيزياء - كلية العلوم - جامعة طرطوس.

A Study of the effect of the circular aperture radius on the diffraction light intensity along the optical axis and along the geometric shadow boundary through its relationship to Rayleigh distance

Dr. Samar Faisal Omran*

(Received 2/12/2025. Accepted 4/3/2026)

□ABSTRACT □

In this research, we focused on the light intensity resulting from the diffraction of light through a circular aperture along the optical axis, as well as the intensity along the geometric shadow boundary. In addition, we studied the effect of the circular aperture radius on the diffraction shape through its relationship with the Rayleigh distance in terms of the wavelength of light used, for the following two cases: the intensity along the optical axis, and the intensity along the geometric shadow boundary.

Keywords: circular aperture, optical axis, geometric shadow boundary, spherical harmonic analysis, Rayleigh distance.

*Lecturer in the Physics Department - Faculty of Science - Tartous University.

مقدمة:

إنَّ الطبيعة الموجية للضوء فتحت المجال أمام فهم أعمق لظاهرة انعراج الضوء عن فتحة أو عائق أو شق ما....، حيث تعتبر صور الانعراج المتشكلة على شاشة المراقبة ذات أهمية كبيرة لما تقدّمه من تفسير لبعض الظواهر الفيزيائية خاصة ظاهرتي التداخل والانعراج، علماً أنَّه وفقاً لمبدأ هاينغنز-فريزل (Huygens-Fresnel principle) [1,2,3] تعتبر كل نقطة من صدر الموجة منبع ثانوي جديد يُصدر موجات كروية، تتداخل هذه الموجات الصادرة من المنافع الثانوية والمتناظرة بالنسبة لمركز الثقب النقطة مشكلة أنماطاً مميزة من الأهداب المضيئة والمظلمة المتتالية نسميها أنماط الانعراج (Diffraction fringes).

إنَّ دراسة توزع شدّة الإضاءة الناتجة عن الانعراج تفتح الباب أمام تطبيقات هامة في مجال المطياف وتصميم الأنظمة البصرية في التكنولوجيا الحديثة، مما يجعل دراسة انعراج الضوء وشدّته موضوع ذات أهمية كبيرة في تقدّم العلوم البصرية والهندسية. هذا ما دفع العديد من الباحثين للتعمق في دراسة مفهوم الشدّة الضوئية.

• قامت Maria Antonia Maisto [4] بإيجاد صيغة رياضية لتقدير قيمة الفصل على طول المحور (On-Axis Resolution) وذلك من أجل إظهار قدرة فتحة دائرية على تركيز توزيع معين للحقل الكهرومغناطيسي على طول محور الفتحة. بمعنى آخر، كيف يمكن للفتحة أن تركز الحقل بدقة على نقاط مختلفة على طول محورها؟. استخدمت الباحثة طريقة تسمى طريقة عكس الملحق الموزون (Weighted Adjoint Inversion Method) تعتمد هذه الطريقة على حلّ مسألة عكسية لإيجاد توزيع الحقل على الفتحة الذي ينتج الحقل المطلوب على محور الرصد، ومن خلال هذه الطريقة، تم اشتقاق تابع انتشار النقطة (Point-Spread Function - psf) التي تصف كيف أنّ صورة نقطة مثالية ستبدو مشوشة بسبب محدودية الفتحة. توصلت الباحثة إلى أنّ قدرة الفصل ليست ثابتة على طول محور الرصد حيث تصبح أفضل كلما اقتربنا من الفتحة وكلما زاد نصف قطرها وهذا يعني الوصول إلى قدرة أكبر على تمييز التفاصيل الدقيقة.

• قام Pal وآخرون [5] بدراسة تحليلية عديدة للشدّة في المستوي المحرق لحقول القطع الناقص، فحصلوا على المركبات الطولية والعرضية لحقول القطع الناقص تتضمن نقاطاً شاذة في الطور، وتوصلوا إلى أنّ هذه الحقول مفيدة في الفحص المجهر عالي الدقة وفي المعالجة الضوئية الدقيقة.

• اهتمت Naglaa Mahmoud [6] بدراسة الخصائص البصرية لطبقة رقيقة من سطح الزجاج البصري وبيان مدى تأثير هذه الطبقة السطحية على بلورة ذات شكل معين وذلك من أجل أطوال موجية مختلفة، إضافة إلى رصد التغيرات التي تطرأ على أسطح العناصر البصرية بسبب التصنيع أو البيئة المحيطة مما يؤثر على القياسات البصرية وهذا يتطلب إجراء العديد من التصحيحات.

• قام Zhao وآخرون [7] بتطوير نموذج تحليلي عام يسمح بحساب توزعات شدة الحقل الكهربائي والمغناطيسي بدقة من أجل رتبة استقطاب (Polarization Order) m ، وحساب القوى الضوئية المختلفة (قوة التدرج، قوة التشتت، الدوران) التي تُحدثها هذه الحزم على جسيمات رايلي (Rayleigh Particles) المجهرية. توصل الباحثون إلى أنّ رتبة الاستقطاب (m) تُمثل أداة يمكن من خلالها التحكم في هندسة شكل الحقل البؤري وتوزيع القوى الضوئية بدقة جيدة. هذا يسمح بفتح آفاق جديدة في تطبيقات الملاقط الضوئية متعددة الجسيمات، والاتصالات الضوئية وغيرها. وجد الباحثون بأنّ أقصى قيمة لقوة التدرج المستعرضة تتناقص مع زيادة رتبة الاستقطاب (m) بسبب

انتشار الطاقة على منطقة أكبر. اكتشفوا أيضاً أنه عند استخدام حزمة ذات رتبة استقطاب $m = 2$ ، يمكن توليد قوة سحب (Pulling Force) على طول المحور الضوئي تسحب الجسيمات عكس اتجاه انتشار الضوء بدلاً من دفعها.

• قام Sheppard [8] بتطوير نظرية تعتمد على إحداثيات بصرية عديمة الأبعاد (Dimensionless Coordinates Optical) لفهم السلوك العام وتأثير البارامترات المختلفة في النظام الضوئي. بالإضافة إلى دراسة ظاهرة الانزياح البؤري (Focal Shift)، وهي الظاهرة التي لا يقع فيها أقصى شدة للضوء عند النقطة البؤرية الهندسية، بل يتحول نحو الفتحة (انزياح سلمي). قدم الباحث أيضاً عبارات واضحة لحساب مقدار الانزياح البؤري وشدة الذروة لأنظمة ذات فتحات عدديّة (NA) مختلفة وأعداد فريسنل (Fresnel Number) محدودة.

• أصبح استخدام التوافقيات الكروية في مجال التصوير والإضاءة منتشر بشكل كبير حيث قدم Feng وآخرون [9] خوارزمية لاستنتاج البارامترات لمصدر ضوء نقطة واحدة مع الضوء المحيط بها باستخدام المعاملات التوافقية الكروية في فضاء التردد من أجل هندسة ثلاثية الأبعاد. أظهرت نتائج الاختبار على الصور المركبة و باستخدام قواعد بيانات (CMU PIE database and Yale Database B) للوجوه الحقيقية فعالية الطريقة المستخدمة وذلك من أجل زوايا ضوء للمصدر أقل من 55^0 .

• قدم Saad, et al [10] تحليلاً نظرياً للحل العام لمعادلة الموجة المحورية المنعرجة بواسطة محور حلزوني وذلك باشتقاق عبارات السعة وتوزعات الشدة لمجال الموجة المنعرجة تحليلاً باستخدام طريقة الطور الثابت بالإضافة إلى إجراء حسابات عدديّة لإظهار تغيرات الشدة في الاتجاهات الطولية والعرضية.

قمنا في هذا البحث بدراسة انعراج الضوء عن فتحة دائرية باستخدام التوافقيات الكروية من أجل $n \leq 1$ ، وحسبنا الشدة الضوئية على طول المحور البصري وعلى طول حدّ الظل الهندسي بدلالة مسافة رايلي والتي تعتبر معياراً هاماً للتمييز بين منطقتي انعراج فرينل وفرانهوفر عند مقارنتها مع المسافة Z (المسافة بين مستوي الفتحة ومستوي المراقبة). بالإضافة إلى ذلك قمنا بدراسة تأثير مسافة رايلي ونصف قطر الفتحة الدائرية على صورة الانعراج الناتجة في حالتي الشدة المذكورتين وذلك من خلال مقارنتها مع طول موجة الضوء المستخدم.

أهداف البحث:

يهدف هذا البحث إلى ما يلي:

- 1- دراسة انعراج الضوء عن فتحة دائرية باستخدام التوافقيات الكروية من أجل $n \leq 1$.
- 2- حساب الشدة الضوئية على طول المحور البصري بدلالة مسافة رايلي.
- 3- حساب الشدة الضوئية على طول حدّ الظل الهندسي بدلالة مسافة رايلي.
- 4- دراسة تأثير نصف قطر الفتحة الدائرية ومسافة رايلي على نمط الانعراج المتشكل على شاشة المراقبة بدلالة طول موجة الضوء المستخدم وذلك من أجل الحالتين السابقتين للشدة.

أهمية البحث: تكمن أهمية البحث باعتباره طريقة جيدة للتوسع في دراسة حالات الشدة والمقارنة بينها بحيث يتمكن من الوصول إلى أوضاع صور ممكنة، إضافة إلى المنهجية المتبعة والتي اعتمدت على استخدام التوافقيات الكروية كأداة رياضية تمكّننا من خلالها من نشر مركبات الشدة الضوئية وفق سلسلة فورييه وهذا النشر الرياضي يعني فيزيائياً وضوح نقاط في الصور الضوئية أبعد عن مركز الصورة، هذا يعني محاولة الوصول إلى صورة شبيهة بالأجسام الحقيقية إلى حدّ ما.

طرائق البحث ومواده:

إنّ التطور السريع الذي نشهده في عصرنا هذا وخاصة في مجال صناعة الأجهزة البصرية الحديثة يدفعنا إلى التوسع والبحث في دراسة هذه المجال. وهناك العديد من المواضيع الهامة التي مازالت قيد البحث والتطوير كدراسة مسألة انعراج الضوء عن فتحات ذات أشكال متنوعة فهي تحمل في طياتها الكثير من الأمور التي تحتاج إلى التدقيق والتفسير. من هنا جاءت فكرة هذا البحث حيث قمنا بدراسة توزّع الشدة الضوئية الناتجة عن انعراج موجة ضوئية وحيدة اللون عن فتحة دائرية باعتبار أنّ هذه الفتحة تُستخدم في العديد من الأجهزة البصرية كالمجاهر والكاميرات والتليسكوبات وغيرها، لذلك انطلقنا في هذا البحث من علاقة الشدة الضوئية الناتجة عن انعراج الضوء عن فتحة دائرية باستخدام التحليل التوافقي الكروي من أجل $n \leq 1$ ، والتي تأخذ الصيغة التالية [1١]:

$$I(u, v) = A^4 \left(\frac{z^2}{R^4} \right) \left(k^2 + \frac{1}{R^2} \right) \cdot \left[\frac{3}{4\pi^2} c^2 (C_0^0)^2 + \frac{9(a^2+b^2)}{8\pi^3} v^2 c^2 (C_0^0)^2 - \frac{3\sqrt{a^2+b^2}}{2\pi^2} uvc^2 C_0^0 \left(\frac{\sqrt{3}}{4\pi\sqrt{2\pi}} (C_0^0)^3 + \frac{\sqrt{3}}{4\pi\sqrt{2\pi}} c^2 C_0^0 - \frac{9\sqrt{a^2+b^2}}{32\sqrt{\pi}} c^2 + \frac{\sqrt{3}(a^2+b^2)}{\pi\sqrt{2\pi}} C_0^0 + \frac{9(a^2+b^2)\sqrt{a^2+b^2}}{16\sqrt{\pi}} \right) + \frac{9(a^2+b^2)}{16\pi^2} u^2 v^2 c^2 \left(\frac{(C_0^0)^3}{4\pi\sqrt{2\pi}} + \frac{c^2 C_0^0}{4\pi\sqrt{2\pi}} - \frac{3\sqrt{3}\sqrt{a^2+b^2}}{32\sqrt{\pi}} c^2 + \frac{(a^2+b^2)}{\pi\sqrt{2\pi}} C_0^0 + \frac{3\sqrt{3}(a^2+b^2)\sqrt{a^2+b^2}}{16\sqrt{\pi}} \right)^2 + \frac{u^2 c^2}{16\pi^2} \left(\frac{\sqrt{3}(C_0^0)^3}{4\pi} + \frac{\sqrt{3} c^2 C_0^0}{4\pi} + \frac{\sqrt{3}(a^2+b^2)}{\pi} C_0^0 + \frac{9(a^2+b^2)\sqrt{a^2+b^2}}{8\sqrt{2}} - \frac{9\sqrt{a^2+b^2}}{16\sqrt{2}} c^2 \right)^2 \right] \quad (1)$$

علماً أنّ: k العدد الموجي، حيث $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ، λ الطول الموجي (wave length)، A : نصف قطر الفتحة الدائرية المدروسة.

C_0^0 المعامل التوافقي الكروي. a, b : أمثال الجزء الحقيقي والتخيلي للمعاملات التوافقية الكروية، علماً أنّ هذه المعاملات تمثل مركبات الشدة الضوئية، أما التوابع هنا توابع كروية (توابع ببسل) التي تصف الظواهر على سطح اسطوانتي.

u, v إحداثيات ضوئية (Optical Coordinates)، وهي إحداثيات رياضية شبيهة بالإحداثيات الديكارتيّة ولكنها تتبع لفضاء يسمى الفضاء الضوئي (Optical Space) مرتبط بقرينة انكسار وسط الانتشار.

R, z : أبعاد بين مستوي الفتحة ومستوي المراقبة موضحة على الشكل الهندسي، علماً أنّه من أجل بعد لا نهائي عن الفتحة تصبح $R \cong z$.

يُمثّل الشكل الهندسي التالي مسألة انعراج الضوء عن فتحة دائرية:

تأخذ المعاملات التوافقية الكروية الصيغ التالية عندما ندرس الحالة الخاصة ($\varphi = 0$)، والموافقة لكون النقطة المدروسة من الفتحة واقعة على المحور x ، وبالتالي ($\sin \varphi = 0, \cos \varphi = 1$):

$$\left. \begin{aligned} C_0^0 &= 1 \\ C_1^0 &= \cos \theta \\ C_1^1 &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \\ C_1^{-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

أما الإحداثي الضوئي u فيعطى بالصيغة الآتية [2]:

$$u = \frac{2kA^2}{z \left[\left(1 + \frac{A^2}{z^2}\right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right]} \quad (6)$$

تُعطى علاقة الشدة الضوئية على طول المحور البصري بعد تعويض العلاقات (3) و(5) و(6) في العلاقة (2)، بالصيغة الآتية:

$$I(u, 0) = \left[\left(\frac{k^2 A^4 \cos^4(\theta)}{z^2} + \frac{A^4 \cos^6(\theta)}{z^4} \right) \cdot \left[\frac{3}{4\pi^2} \cos^2(\theta) + \frac{\cos^2(\theta)}{16\pi^2} \left(\frac{2kA^2}{z \left[\left(1 + \frac{A^2}{z^2}\right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right]} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}(\cos^2(\theta)+1)}{4\pi} + \frac{\sqrt{3} \sin^2(\theta)}{2\pi} + \frac{9 \sin(\theta)(\sin^2(\theta) - \cos^2(\theta))}{32} \right)^2 \right] \right] \quad (7)$$

دراسة الحالة الخاصة للشدة من أجل مسافة رايلي (**Rayleigh Distance**) التي تأخذ الصيغة التالية [14]:

$$d_{RL} = \frac{2A^2}{\lambda} \quad (8)$$

حيث: (A): نصف قطر الفتحة الدائرية المدروسة.

علماً أنّ مسافة رايلي تُمثّل المسافة الحرجة التي تفصل بين منطقتي انعراج فرينل وفرانهوفر عند مقارنتها مع المسافة Z ، عندما تقع الشاشة على مسافة Z أصغر من مسافة رايلي نحصل على انعراج فرينل، وعندما نُحرك الشاشة بعيداً على مسافة أكبر من مسافة رايلي نحصل على انعراج فرانهوفر.

نحصل على علاقة الشدة الضوئية على طول المحور البصري بعد تعويض العلاقة (8) في العلاقة

(7)، نجد:

$$I(u, 0) = \left(\frac{2d_{RL}\pi^2 A^2}{\lambda Z^2} \cos^4(\theta) + \frac{A^4}{Z^4} \cos^6(\theta) \right) \cdot \left[\frac{3}{4\pi^2} \cos^2(\theta) + \frac{\cos^2(\theta)}{16\pi^2} \left(\frac{2\pi d_{RL}}{z \left(1 + \sqrt{1 + \frac{A^2}{Z^2}} \right)} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}(\cos^2(\theta)+1)}{4\pi} + \frac{\sqrt{3} \sin^2(\theta)}{2\pi} + \frac{9 \sin(\theta)(\sin^2(\theta)-\cos^2(\theta))}{32} \right)^2 \right]$$

(9)

للحصول على علاقة الشدة على طول حد الظل الهندسي نعوض ($u = \pm v$) في العلاقة (1)، ومن

ثم نعوض العلاقات (3 و 5 و 6 و 8) في العلاقة الناتجة فنحصل على الصيغة النهائية التالية:

$$\begin{aligned}
 I(u, u) = & \left(\frac{2d_{RL}\pi^2 A^2}{\lambda Z^2} \cos^4(\theta) + \frac{A^4}{Z^4} \cos^6(\theta) \right) \cdot \left[\frac{3}{4\pi^2} \cos^2(\theta) \right. \\
 & + \frac{9 \sin^2(\theta) \cos^2(\theta)}{16 \pi^3} \left(\frac{2\pi d_{RL}}{z \left(1 + \sqrt{1 + \frac{A^2}{Z^2}} \right)} \right)^2 \\
 & - \frac{3 \sin(\theta) \cos^2(\theta)}{2\sqrt{2} \pi^2} \left(\frac{2\pi d_{RL}}{z \left(1 + \sqrt{1 + \frac{A^2}{Z^2}} \right)} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4\pi\sqrt{2\pi}} + \frac{\sqrt{3}}{4\pi\sqrt{2\pi}} \cos^2(\theta) \right) \\
 & - \frac{9 \sin(\theta)}{32\sqrt{2\pi}} \cos^2(\theta) + \frac{\sqrt{3} \sin^2(\theta)}{2\pi\sqrt{2\pi}} + \frac{9 \sin^3(\theta)}{32\sqrt{2\pi}} \\
 & + \frac{9 \sin^2(\theta) \cos^2(\theta)}{32 \pi^2} \left(\frac{2\pi d_{RL}}{z \left(1 + \sqrt{1 + \frac{A^2}{Z^2}} \right)} \right)^2 \left(\frac{1}{4\pi\sqrt{2\pi}} + \frac{\cos^2(\theta)}{4\pi\sqrt{2\pi}} \right) \\
 & - \frac{3\sqrt{3} \sin(\theta)}{32\sqrt{2\pi}} \cos^2(\theta) + \frac{\sin^2(\theta)}{2\pi\sqrt{2\pi}} + \frac{3\sqrt{3} \sin^3(\theta)}{32\sqrt{2\pi}} \\
 & + \frac{\cos^2(\theta)}{16 \pi^2} \left(\frac{2\pi d_{RL}}{z \left(1 + \sqrt{1 + \frac{A^2}{Z^2}} \right)} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4 \pi} + \frac{\sqrt{3} \cos^2(\theta)}{4 \pi} + \frac{\sqrt{3} \sin^2(\theta)}{2\pi} \right) \\
 & \left. + \frac{9 \sin^3(\theta)}{32} - \frac{9 \sin(\theta)}{32} \cos^2(\theta) \right]^2 \quad (10)
 \end{aligned}$$

النتائج والمناقشة:

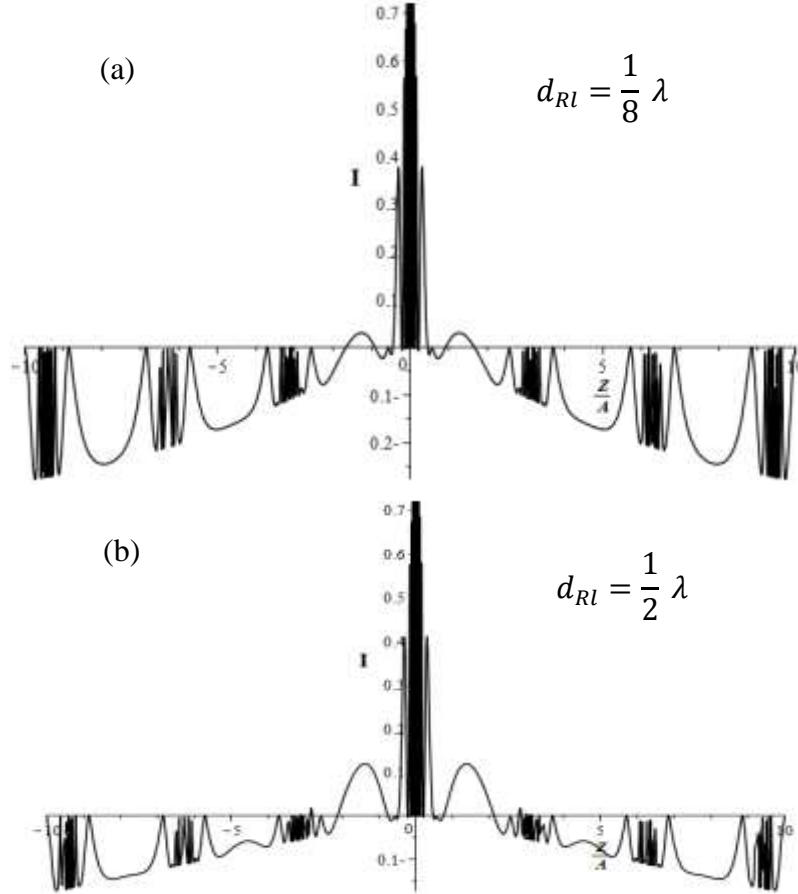
ناقشنا في هذا البحث علاقته للشدة الضوئية على طول المحور البصري وعلى طول حدّ الظل الهندسي وذلك من أجل فتحة دائرية مُضاءة بموجة وحيدة اللون، أجرينا الرسم البياني باستخدام برنامج ميبل (Maple program)، وطبقنا القيم العددية التالية: $\lambda = 633nm = 633 \times 10^{-9}m$ } طول موجة الضوء الوارد على الفتحة، $z = 0.5, 5, 200m$ المسافة بين الفتحة الدائرية وشاشة المراقبة }، وحصلنا على الشكل (٢) و (٣) باستخدام المقياس اللوغاريتمي (Logarithmic scale) لإظهار تصوّر أوضح للرسم البيانية، هذا يعني قياس أكبر كمية من الشدة الضوئية التي تخترق الفتحة الدائرية، وذلك من أجل قيم مختلفة لمسافة رايلي ونصف قطر الفتحة الدائرية بدلالة

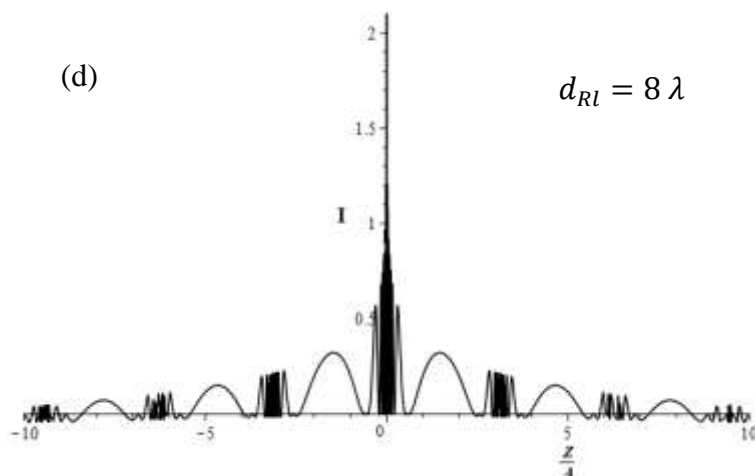
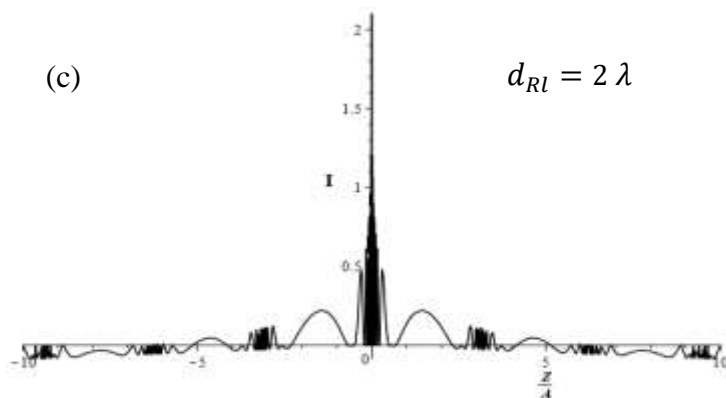
طول موجة الضوء المستخدم، علماً أنّ هذه القيم قمنا بتطبيقها من أجل الشدة على طول المحور البصري، والشدة على طول حدّ الظل الهندسي.

الجدول (1): يبيّن قيم نصف قطر الفتحة الدائرية ومسافة رايلي بدلالة طول موجة الضوء المستخدم:

A	d_{RI}
$\frac{1}{4} \lambda$	$\frac{1}{8} \lambda$
$\frac{1}{2} \lambda$	$\frac{1}{2} \lambda$
λ	2λ
2λ	8λ

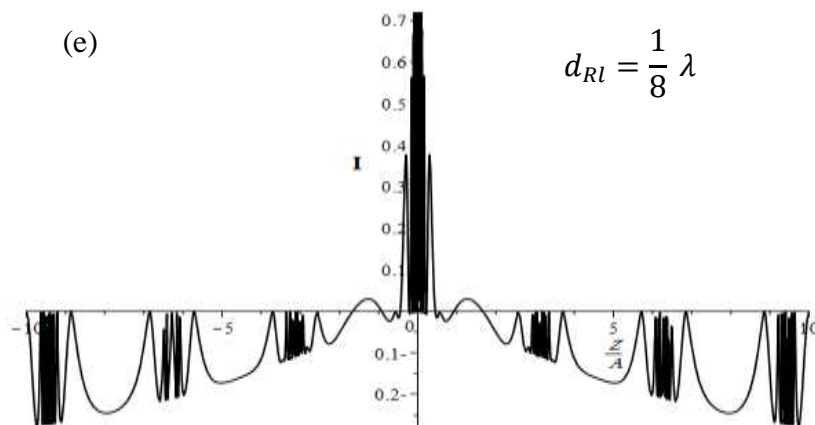
قمنا برسم العلاقة (9) التي تُمثّل علاقة الشدة الضوئية على طول المحور البصري باستخدام برنامج (Maple) وذلك من أجل قيم مختلفة لنصف قطر الفتحة الدائرية بدلالة طول موجة الضوء المستخدم، فحصلنا على المنحنيات البيانية التالية (2-a) و(2-b) و(2-c) و(2-d):

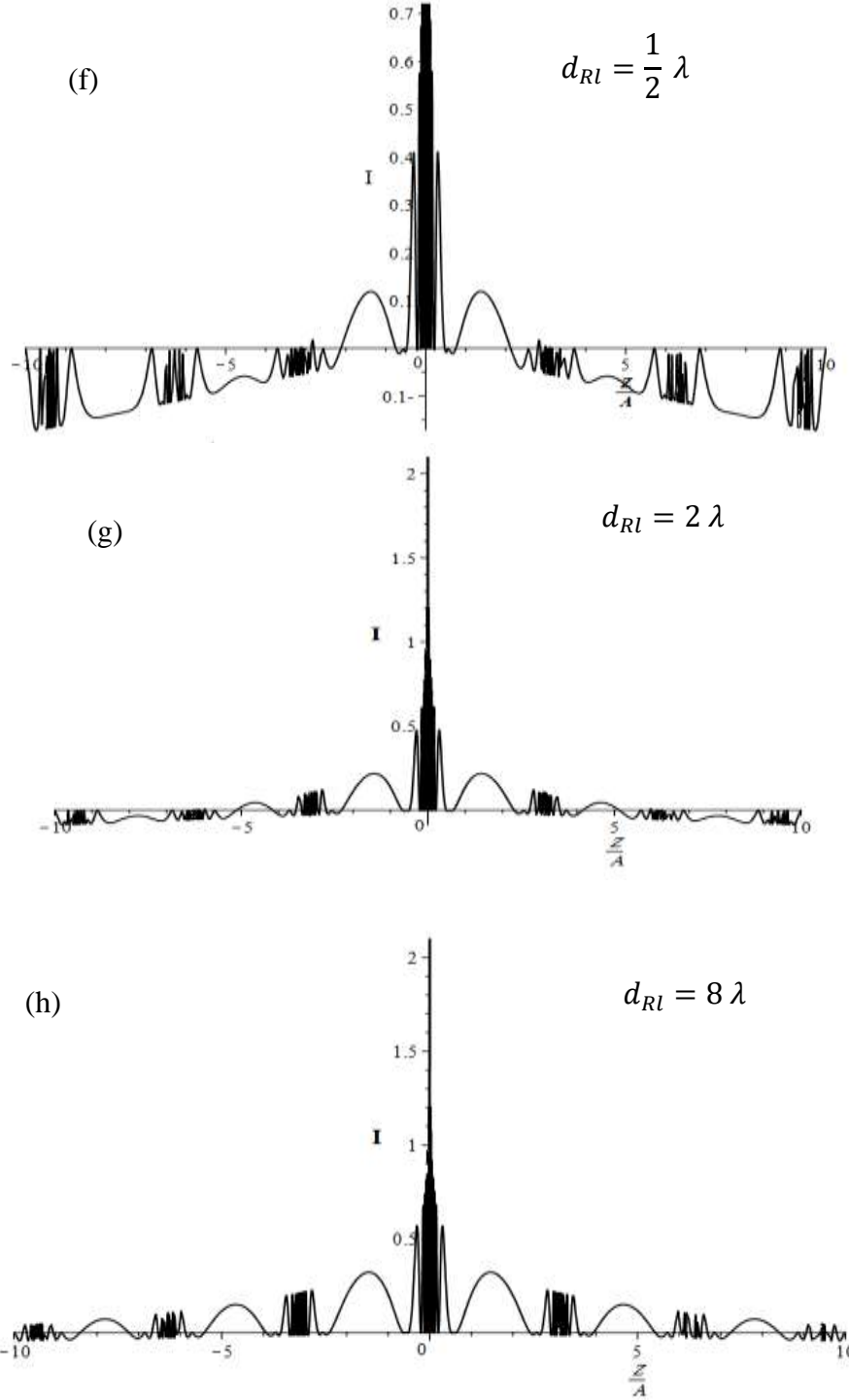




الشكل (٢): يُمثل الشدة الضوئية الناتجة عن انعراج موجة ضوئية وحيدة اللون عن فتحة دائرية على طول المحور البصري وذلك من أجل قيم مختلفة لمسافة رايلي موضحة بجانب كل شكل.

ثم قمنا برسم العلاقة (١٠) التي تُمثل علاقة الشدة الضوئية على طول حدّ الظلّ الهندسي باستخدام برنامج (Maple) وذلك من أجل قيم مختلفة لنصف قطر الفتحة الدائرية بدلالة طول موجة الضوء المستخدم، وحصلنا على المنحنيات البيانية التالية (3-e) و(3-f) و(3-g) و(3-h):





الشكل (3): يُمَثَّل الشدة الضوئية الناتجة عن انعراج موجة ضوئية وحيدة اللون عن فتحة دائرية على طول حدّ الظل الهندسي وذلك من أجل قيم مختلفة لمسافة رايلي موضحة بجانب كل شكل.

الاستنتاجات:

- نستنتج من الرسوم البيانية التي حصلنا عليها:
1. أنّ الشدة الضوئية العظمى في المركز تظهر بوضوح في جميع الأشكال البيانية السابقة، حيث تمثّل الشدة العظمى موقع الهدب المضيء المركزي يليها على الجانبين قمم عظمى ودنيا تتقارب من بعضها في بعض

المواقع لتشكل حزم من الترددات تمثل مجموعة من الأهداب المضئية والمظلمة المتقاربة من بعضها والتي نتجت عن استخدام التحليل التوافقي الكروي في حساب الشدة الضوئية. بالإضافة إلى ذلك فإن النقاط التي تظهر في المنحنيات السابقة (٢) و (٣) أسفل وأعلى المحور الأفقي وعلى يمينه ويساره ناتجة عن تناظر الموجة حول المحور البصري.

٢. نلاحظ أيضاً بالنظر إلى جميع الرسوم البيانية السابقة بالترتيب (٢) و (٣)، أن الأهداب على جانبي الهدب المركزي ترتفع أو تنزاح نحو الأعلى تدريجياً كلما زادت مسافة رايلي بالنسبة لطول موجة الضوء، بحيث أصبح المنحني البياني بشكل كامل تقريباً فوق المحور الأفقي Z/A باتجاه القيم الموجبة، كما يبدو واضحاً في الشكلين (2-d) و (3-h)، وهذا ما ينعكس بشكل إيجابي على الصور التي نحصل عليها من الأجهزة البصرية حيث أقصى تركيز للشدة في الهدب المضيء المركزي، كما يزداد وضوح الأهداب من الرتب الأعلى.

٣. لاحظنا أيضاً توافق جيد جداً في الرسوم البيانية بين الشدتين على طول المحور البصري وعلى طول حدّ الظلّ الهندسي رغم اختلاف المعادلات الرياضية التي حصلنا عليها (٩) و (١٠) والتي تُعبّر عن الشدّات الضوئية، حيث يتوافق المنحني (2-a) مع المنحني (3-e)، أيضاً يتوافق المنحني (2-b) مع المنحني (3-f)، أيضاً يتوافق المنحني (2-c) مع المنحني (3-g)، وكذلك يتوافق المنحني (2-d) مع المنحني (3-h) وذلك حسب الحالات الأربعة لمسافة رايلي بالنسبة لطول موجة الضوء المستخدم الموضحة في الجدول (١)، وهذا يعني أن الموجة الضوئية الوحيدة اللون التي تدخل إلى الفتحة الدائرية هي عبارة عن موجات ثانوية تتداخل فيما بينها لتشكل أهداب الانعراج (المضئية والمظلمة) التي نشاهدها على شاشة المراقبة وذلك وفقاً لمبدأ هاينغز-فرينل، وبالتالي وفقاً لذلك فإنّ ظاهرتي تداخل وانعراج هذه الموجات التي تعتبر أجزاء من الموجة الضوئية الأساسية هما السبب وراء كون الشدتين تعطيان نفس الرسوم البيانية تقريباً حيث تعتبر الشدة على طول المحور البصري هي الشدة عند النقاط الواقعة بالضبط على امتداد الخط العمودي على مركز الفتحة (المحور البصري)، أما الشدة على طول حدّ الظلّ الهندسي فحسب البصريّات الهندسية تعتبر منطقة ظلّ ولكننا في الواقع (حسب البصريّات الموجية) حصلنا على أهداب مضئية ومظلمة متعاقبة فيها ويرجع السبب في ذلك إلى توغل الموجات الضوئية في هذه المنطقة بسبب ظاهرة الانعراج.

٤. بما أنّ مسافة رايلي هي المسافة التي تبدأ عندها تأثيرات الانعراج في الظهور بشكل كبير، هذا ما يفسر تأرجح المنحني البياني للشدة على جانبي الهدب المضيء المركزي حسب كون نصف قطر الفتحة أكبر من مسافة رايلي أو تساويها أو أصغر منها وفقاً للجدول (١) وذلك بالنسبة لحالتي الشدة المدروستين (على طول المحور البصري، وعلى طول حدّ الظلّ الهندسي). فعندما تكون مسافة رايلي أكبر من نصف قطر الفتحة نلاحظ أنّ الشدة بدأت تأخذ شكل مقارب لمغلف الانعراج الذي نعرفه وهي المنطقة القريبة من منطقة انعراج فرانهور، أما عندما مسافة رايلي تساوي نصف قطر الفتحة أو أصغر منها فتبدو أهداب الانعراج أكبر وأكثر وضوحاً وكثافة وهي منطقة انعراج فرينل.

٥. أخيراً إنّ مقارنة مسافة رايلي ونصف قطر الفتحة الدائرية مع طول موجة الضوء المستخدم يعطي نتائج جيدة ومشابهة إلى حد كبير لما ورد في المراجع [15,16] باستثناء أنّه ظهر لدينا حزم من الترددات تضاعف فيها عدد القمم ويعود السبب في ذلك إلى استخدام التوافقيات الكروية في حساب الشدة الضوئية حيث قمنا بنشر مركبات الشدة وفق سلسلة فورييه إلى مراتب أعلى.

التوصيات:

نظراً لأهمية هذه الدراسة في تحسين عدسات الأجهزة البصرية الحديثة وخاصة ذات الشكل الدائري كالتلسكوبات والمجاهر وغيرها، لذلك نوصي بنشر مركبات الشدة الضوئية إلى رتب أعلى وذلك لتحسين الدقة البصرية بشكل أكبر، وكذلك نوصي بتطبيق الدراسة في أوساط غير متجانسة ومقارنة النتائج.

المراجع

- [١]- GOODMAN, J. W. (2005). *Introduction to Fourier Optics*. Roberts and Company Publishers, the United States of America, 491.
- [٢]- BORN, M & WOLF, E. (2003). *Principles of Optics*. 7th ed , printed in the United Kingdom at the university press, Cambridge, 936.
- [٣]- PEATROSS, J & WARE, M. (2019). *Physics of Light and Optics*. optics.byu.edu, America, 340.
- [4]- MAISTO, MARIA. (2021). *On-Axis Resolution of a Circular Aperture*. Electronics. MDPI, Basel, Switzerland.
- [٥]- PAL, SUSHANTA, et al. (2022). *Focal intensity landscapes of tightly focused spatially varying bright ellipse fields*. Journal of Optics, Published by IOP Publishing Ltd, 24.
- [٦]-MAHMOUD, NAGLAA. (2022). *Analytical Study of Precision Optical Glass Surface and Its Effect on Some Polarimetric Parameters*. Journal of Surface Engineered Materials and Advanced Technology, 14-21
- [٧]- ZHAO, Yuting; Zhou, Liqiang; Jiang, Xiaotong; Zhu, Linwei; Shi, Qiang. (2024). *Optical Force Effects of Rayleigh Particles by Cylindrical Vector Beams*. Nanomaterials. MDPI, Basel, Switzerland.
- [٨]- SHEPPARD, COLIN. (2024). *The Fresnel Approximation and Diffraction of Focused Waves*. Photonics. 11, 346.
- [٩]- FENG, XIE; LINMI, TAO; GUANGYOU, XU.(2007). *Estimating Illumination Parameters Using Spherical Harmonics Coefficients in Frequency Space*. TSINGHUA SCIENCE AND TECHNOLOGY.Vol.12. No.1.
- [10]- SAAD, C, et al. (2017). *A theoretical study of the Fresnel diffraction of Laguerre-Bessel - Gaussian beam by a helical axicon*. Science Direct, Vol.149, 416-422.
- [1١]- Ahmad, M; Kabalan, N; Omran, S. (2020). *An Analytical Study of the Diffraction of Light by a Circular Aperture Using Spherical Harmonics for $n \leq 1$* . International journal of optics.
- [12]- RAMAMOORTHY, RAVI; and HANRAHAN, PAT. (2004). *A Signal-Processing Framework for Reflection*, ACM Transactions on Graphics, 4.
- [13]- Arfken, George; Weber, Hans; Harris, Frank. (2013). MATHEMATICAL METHODS FOR PHYSICISTS. (7th ed). USA: Elsevier Academic Press.
- [14]- Sun, Shu; et al. (٢٠٢٥). *How to Differentiate between Near Field and Far Field: Revisiting the Rayleigh Distance*. IEEE Communications Magazine. 63, 22-28.

[15]- SHEPPARD, COLIN. (2015). *Diffraction of a focused wave by an aperture: a new perspective*. Journal of Optical Society of America. 4, 623-629.

[16]- WU, YANG; KELLY, P, DAMIEN. (2014). *Paraxial light distribution in the focal region of a lens: a comparison of several analytical solutions and a numerical result*. Journal of Modern Optics. Vol. 61. No. S1, S57-S67.