مجلة جامعة طرطوس للبحوث والدراسات العلمية_ سلسلة العلوم الأساسية المجلد (٩) العدد (٢) ٢٠٢٥

Tartous University Journal for Research and Scientific Studies –Basic Sciences Series Vol. (9) No. (2) 2025

دراسة وتطوير بعض خواص تحويل Iman لحل المعادلات التفاضلية العادية وبعض التطبيقات العملية

أ. د. نصرالدين عيد*

أ . د بشير نور خراط**

ط . بتول بطل ***

(تاريخ الإيداع ٥/٥/ ٢٠٢٥ – تاريخ النشر ٢٥/٦/ ٢٠٢٥)

□ ملخّص □

في هذا البحث، نقدم تحويل Iman كتحويل تكاملي جديد ومطور عن تحويلي لابلاس وسومودو، لحل المعادلات التفاضلية ذات المعاملات المتغيرة والتي لم تتمكن بعض التحويلات التقليدية، مثل تحويل سومودو، عن حلها.

تم في هذا العمل تطوير الخواص النظرية لتحويل Iman من خلال عدد من المبرهنات والبرهان عليها، كما تم استخدام تحويل Iman لحل مسائل نموذجية كنموذج "النمو السكاني" ونموذج "الاضمحلال الإشعاعي". حيث أظهرت النتائج فعالية تحويل Iman في إيجاد الحلول الدقيقة مع تقليل عدد العمليات الحسابية مقارنة بالطرائق التقليدية، كما بينت الدراسة تطابقاً بين حلول تحويل Iman وحلول تحويل لابلاس في بعض الحالات الخاصة، مما يؤكد دقة وكفاءة هذا التحويل.

الكلمات المفتاحية : تحويلIman، تحويل سومودو، تحويل لابلاس، النمو السكاني، الاضمحلال، المعادلات التفاضلية.

*أستاذ في قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة حلب .

** أستاذ في قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة حلب.

***طالبة دكتوراه في قسم الرياضيات – كلية العلوم – جامعة حلب.

A Study and Development of Some Properties of the Iman Transform for Solving Ordinary Differential Equations and Some Practical Appliations

Prof . Nasr Al Din Ide *

prof . Bachir Nour kharrat **

Dr. Student: Batoul Batal***

(Received 5/5/2025.Accepted 25/6/2025)

□ABSTRACT □

In this paper, we present the Iman transform as a new and improved integral transformation of the Laplace and Sumudu transforms for solving differential equations with coefficients that som traditional transformations, such as the sumudu transform, could not solve. In this work, the theoretical properties of the Iman transform were developed through a number of theorems and proofs. The Iman transform was also used to solve typical problems such as population growth models and radioactive decay models. The result demonstrated the effectiveness of Iman transform in finding exact solutions while reducing the number of calculations compared to traditional methods. The study also demonstrated the match between the solutions of the Iman transform and the solutions of the Laplace transform in some special cases, confirming the accuracy and efficiency of this transformation.

Keywords: Iman transform, Sumudu transform, Laplace transform, population growth, decay, Differential equations.

*Professor At Department of Mathematics–Faculty of Science–Aleppo University.

**Professor At Department of Mathematics – Faculty of Science – Aleppo University.

*** Doctorate Student At Department of Mathematics–Faculty of Science–Aleppo University.

المقدمة :

إن العديد من الظواهر التي نصادفها في حياتنا العملية يمكن نمذجتها رياضياً بمسائل قيم حدية أو ابتدائية، ولدراسة تلك النماذج يمكن استخدام العديد من طرائق الحل التحليلية، ولكن أحياناً يصعب استخدام طرائق الحل التحليلية، لذلك يمكن الاستعانة بطرائق حل عددية أو شبه تحليلية مثل: طريقة تفريق أدوميان [1] وطريقة التكرار المتحولي[2] وطريقة هوموتوبيا الاضطراب [3] وغيرها، كما أنه هناك العديد من التحويلات التكاملية التي يمكن استخدامها لتحسين آداء الطرائق آنفة الذكر لدراسة نماذج رياضية مختلفة ومن أهم هذه التحويلات التكاملية نذكر:

تحويل لابلاس، تحويل سومودو، التحويل الطبيعي، تحويل إلزاكي، تحويل ZZ ، تحويل فورييه وغيرها.

ومن أهم التحويلات الحديثة، تحويل Imanعام ٢٠٢٣ [4] هو نسخة معدلة من تحويلي لابلاس وسومودو، وقد أثبت فعاليته وسهولة استخدامه ودقته في حل طيف واسع من المعادلات التفاضلية الخطية، تم تطبيقه بنجاح على المعادلات التكاملية، والمعادلات التفاضلية الجزئية[5] ، والمعادلات التفاضلية العادية ذات المعاملات المتغيرة[6] .

وقد تم تهجين العديد من التحويلات التكاملية مع طرائق رياضية في العديد من الأبحاث نذكر منها:

- استخدم تحويل لابلاس مع تفريق أدوميان في عام ٢٠٢٠ لحل معادلة ريكاتي التفاضلية من قبل Ide [7].
- دمج تحويل إلزاكي مع طريقة التكرار المتحولي وتقريبات باديه في عام ٢٠٢١ من قِبل Kharrat, Ide, Deebo [8].
- تهجين تحويل إيمان مع طريقة هوموتوبيا – الاضطراب في عام ٢٠٢٤ من قِبل Ide, Kharrat, Batal [9].

هدف البحث وأهميته :

يهدف هذا البحث إلى دراسة و تطوير تحويل إيمان واقتراح عدد من الخواص مع برهان هذه الخواص، وتقييم فعاليته في حل المعادلات التفاضلية ذات المعاملات المتغيرة مقارنة بتحويل سومودو، بالإضافة لبيان دقة وكفاءة هذا التحويل من خلال استخدامه في حل تطبيقات عملية مهمة.

طرائق البحث :

اعتمد البحث منهجية نظرية تطبيقية، حيث تم أولاً تعريف تحويل إيمان ودراسة عدد من خواصه الرياضية الأساسية، مع تقديم براهين رياضية دقيقة، كما تم استخدام هذا التحويل لحل تطبيقات عملية ("النمو السكاني" و"الاضمحلال")، بالإضافة لبيان فعالية هذا التحويل بحل المعادلات التفاضلية ذات معاملات متغيرة مقارنة بتحويل سومودو الذي لم يتمكن من حلها.

في عام ٢٠٢٣، قدمت Iman Ahmed Almardy تحويلاً تكاملياً جديداً أطلق عليه اسم "تحويل إيمان" ويعرف بالشكل [4]:

تحويل Iman [4] :

تعريف :لتكن لدينا مجموعة التوابع الأتية :

$I=\{f(t);\exists M, c_1, c_2>0, |f(t)|<Me^{-v^2t}\}$ من أجل مجموعة التوابع I، يمكن للثابت M أن يكون عدداً منتهياً ، و c_1, c_2 عددين منتهيين أو غير منتهيين. من أجل أي تابع $f(t)$ من I يعرف تحويل Iman بالشكل [4] :

$$I[f(t)]=L(v)=\frac{1}{v^2}\int_0^\infty f(t)e^{-v^2t}dt \quad ;t\ge 0 \quad ;c_1\le v\le c_2$$

حيث v يستخدم كوسيط.

الجدول الآتي يبين تحويل Iman لبعض التوابع الشهيرة[4] :

الجدول (١) يبين تحويل Iman لأهم التوابع الشهيرة:

$f(t)$	$I[f(t)]$
1	$\frac{1}{v^4}$
t	$\frac{1}{v^6}$
t^2	$\frac{2}{v^8}$
t^n	$\frac{n!}{v^{2n+4}} \quad ;n=0,\dots,n$
e^{at}	$\frac{1}{v^4-av^2}$
$\sin at$	$\frac{a}{v^2(v^4+a^2)}$
$\cos at$	$\frac{1}{(v^4+a^2)}$
$\sinh at$	$\frac{a}{v^2(v^4-a^2)}$
$\cosh at$	$\frac{1}{(v^4-a^2)}$

نقدم فيما يلي بعض الخواص المقترحة:

مبرهنة(١): إذا كان لدينا $I[f(t)]=L(v)$ و $L(x,v)$ ، $I[f(x,t)]=$ فإن الخواص الآتية محققة:

$$i]\ I\left[\frac{\partial f(x,t)}{\partial t}\right]=v^2L(x,v)-\frac{1}{v^2}f(x,0)$$

$$ii]\ I\left[\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2}\right]=v^4L(x,v)-f(x,0)-\frac{1}{v^2}\frac{\partial f(x,0)}{\partial t}$$

البرهان:

(i) من التعريف لدينا:

$$\mathrm{I}[f'(t)] = \frac{1}{v^2}\int_0^{\infty} f'(t)e^{-tv^2}dt$$

بالتكامل بالتجزئة نحصل على:

$$\mathrm{I}\left[\frac{\partial f(x,t)}{\partial t}\right] = v^2 L(x,v) - \frac{1}{v^2}f(x,0)$$

(i i) ليكن لدينا $g(x,t) = f'(x,t)$ فإن:

$$\mathrm{I}\left[\frac{\partial g(x,t)}{\partial t}\right] = v^2 \mathrm{I}[g(x,t)] - \frac{1}{v^2}g(x,0)$$

بالاعتماد على (i) نجد:

$$\mathrm{I}\left[\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2}\right] = v^4\, L(x,v) - f(x,0) - \frac{1}{v^2}\,\frac{\partial f(x,0)}{\partial t}$$

مبرهنة (٢): لتكن $f(t)$ تنتمي إلى المجموعة A:

$$A=\{f(t)\colon \exists M,\ k1,\ k2>0,\ |f(t)|<Me^{\frac{|t|}{k_j}};\ \ t\in(-1)^j \times [0,\infty[\}$$

و $L(v)$ تحويل إيمان للدالة $f(t)$، $F(s)$ تحويل لابلاس، بالتالي فإن:

$$L(v) = \frac{1}{v^2}F(v^2)$$

البرهان:

لتكن $f(t) \in A$ ، $k1\leq v \leq k2$, $L(v) = \frac{1}{v^2}\int_0^{\infty} f\left(\frac{t}{v^2}\right)e^{-t}\,dt$

ولنفرض $w = \frac{t}{v^2}$ فإن:

$$L(v) = \frac{1}{v^2}\int_0^{\infty} f(w)e^{-wv^2}v^2\,dw$$

وبالقسمة على v^2 نجد:

$$L(v) = \frac{1}{v^2}\int_0^{\infty} f(w)e^{-wv^2}dw = \frac{1}{v^2}\ F(\ v^2)$$

كما نلاحظ أن $L(1) = F(1)$ وذلك عندما $1 = s = v$ بالتالي فإن:

$$L(v) = \frac{1}{v^2}F(v^2)$$

مبرهنة (٣):

إذا كان $I[f(t)] = L(v)$ تحويل إيمان للدالة $f(t)$ من A فإن تحويل إيمان للدالة $tf(t)$ هو:

$$\mathrm{I}[t\,f(t)] = \frac{1}{v^4}\frac{d}{dv}[L(v)] - \frac{1}{v^2}[L(v)]$$

البرهان:

بما أن $f(t) \in A$ فإن $tf(t) \in A$ ، وباستخدام التكامل بالتجزئة نجد:

$$\frac{d}{dv}[L(v)] = L'(v) = \frac{d}{dv}\int_0^\infty \frac{1}{v^2} f(t) e^{-tv^2} dt = \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial v}\left[\frac{1}{v^2} e^{-tv^2} f(t)\right] dt$$
$$= \int_0^\infty v^2\, e^{-tv^2}(tf(t))dt + \int_0^\infty e^{-tv^2}(tf(t))dt\, e^{-tv^2}(tf(t))dt$$
$$= v^4 \mathrm{I}[t\, f(t)] + v^2 \mathrm{I}[\, f(t)]$$
$$\mathrm{I}[t\, f(t)] = \frac{1}{v^4}\frac{d}{dv}[L(v)] - \frac{1}{v^2}[L(v)]$$

وهو المطلوب.

نتيجة:

من الواضح أن الخواص التالية محققة وذلك بالاعتماد على المبرهنة (٣):

1. $\mathrm{I}[t\, f'(t)] = \frac{1}{v^4}\frac{d}{dv}\left[v^2\, L(v) - \frac{1}{v^2} f(0)\right] - \frac{1}{v^2}\left[v^2\, L(v) - \frac{1}{v^2} f(0)\right]$
2. $\mathrm{I}[t^2\, f'(t)] = \frac{1}{v^8}\frac{d^2}{dv^2}\left[v^2\, L(v) - \frac{1}{v^2} f(0)\right]$
3. $\mathrm{I}[t\, f''(t)] = \frac{1}{v^4}\frac{d}{dv}\left[v^4\, L(v) - f(0) - \frac{1}{v^2} f'(0)\right] - \frac{1}{v^2}\left[v^2\, L(v) - f(0) - \frac{1}{v^2} f'(0)\right]$
4. $\mathrm{I}[t^2\, f''(t)] = \frac{1}{v^8}\frac{d^2}{dv^2}\left[v^4\, L(v) - f(0) - \frac{1}{v^2} f'(0)\right]$

تطبيقات:

فيما يلي سنطبق تحويل Iman لحل نماذج رياضية ممثلة بمسائل قيم ابتدائية.

مسألة النمو السكاني والاضمحلال:

تعد قضايا النمو السكاني والاضمحلال السكاني من أكثر القضايا إلحاحاً في العديد من قطاعات الدراسة ويمكن أن تواجهنا هذه المسائل في الفيزياء والكيمياء والعلوم الاجتماعية والأحياء، قدمنا حل هذه المشكلة باستخدام تحويل Iman من خلال تقديم تطبيقين يوضحان كيفية استخدام هذا التحويل للحصول على الحلول.

الطريقة المقترحة لحل مسألة النمو السكاني:

– معادلة النمو السكاني تتمثل بمعادلة تفاضلية خطية مع الشرط الابتدائي بالشكل:

$$\frac{dN}{dt} = \mu N \qquad (١)$$
$$N(t_0) = N_0$$

حيث μ عدد حقيقي موجب، N القيمة السكانية في اللحظة t ، و N_0 القيمة الابتدائية السكانية في اللحظة t_0 .

خوارزمية الحل:

بتطبيق تحويل Iman على طرفي المعادلة (١) نجد:

$$I[\frac{dN}{dt}] = I[\mu N]$$
$$v^2 I[N] - \frac{1}{v^2} N(0) = \mu I[N]$$

بتطبيق الشرط الابتدائي على طرفي المعادلة السابقة نجد:

$$[v^2-\mu]I[N]=\frac{1}{v^2}N_0$$

$$I[N]=\frac{N_0}{v^4-\mu v^2}$$

بأخذ تحويل Iman العكسي لطرفي المعادلة السابقة نجد:

$$N(t)=N_0e^{\mu t}$$

حيث $N(t)$ حل للمسألة (١) في اللحظة t .

الطريقة المقترحة لحل مسألة الاضمحلال:

- مسألة الاضمحلال تتمثل بالمعادلة الخطية الآتية:

$$\frac{dM}{dt}=-\eta M \qquad (2)$$

مع الشرط الابتدائي: $M(t_0)=M_0$

حيث M قيمة المسألة في اللحظة t، $\eta\in R^+$ ، و M_0 القيمة الابتدائية للمسألة في اللحظة t_0

خوارزمية الحل:

بتطبيق تحويل Iman على طرفي (٢) نجد:

$$I[\frac{dM}{dt}]=-I[\eta M]$$

$$v^2I[M]-\frac{1}{v^2}M(0)=-\eta I[M]$$

بتطبيق الشرط الابتدائي على المعادلة السابقة نجد:

$$[v^2+\eta]I[M]=\frac{1}{v^2}M_0$$

$$I[M]=\frac{M_0}{v^2(v^2-(-\eta))}$$

بأخذ تحويل Iman العكسي لطرفي المعادلة السابقة نجد:

$$M(t)=M_0e^{-\eta t} \quad , \quad t\geq 0$$

حيث $M(t)$ هي حل للمسألة (٢) في اللحظة t.

تطبيقات عملية على ما سبق:

تطبيق1 [10]:

يتزايد عدد سكان بلد ما بمعدل يتناسب مع عدد الأشخاص المقيمين حالياً فيه. إذا تضاعف عدد السكان في ثلاث سنوات ووصل إلى ١٠٠٠٠ في خمس سنوات، فاحسب عدد الأفراد الذين عاشوا في البلد بالبداية.

حيث N هو عدد الأشخاص الذين يعيشون في البلد في اللحظة t و μ هو معدل التناسب، و N_0 هو عدد السكان الأولي في الزمن t_0.

نعوض هذه المعطيات في الحل الناتج للمعادلة (١) حيث t=3 و N=2N_0

$$N(t)=N_0e^{\mu t}$$
$$2N_0=N_0e^{3\mu}$$
$$e^{3\mu}=2$$
$$\mu=0.231$$

عندما t=5 و $N=10^4$ يكون:

$$10^4=N_0e^{3(0.231)}$$
$$N_0=3151$$

وهي القيمة الابتدائية لعدد السكان.

تطبيق٢ [10]:

إذا كان لدينا في الأصل ١٠٠ ملغ من المادة المشعة، وبعد ثلاث ساعات لوحظ أن المادة المشعة فقدت ٢٠ بالمية من كتلتها الأصلية، فاحسب عمر النصف للمادة المشعة.

حيث dM هو معدل التناسب وM تمثل قيمة المادة المشعة في اللحظة t=0 و M_0 هي القيمة الأولية للمادة المشعة.

نعوض هذه المعطيات في الحل الناتج للمعادلة (٢):

$$M(t)=M_0e^{-\eta t}\quad ,\quad t\geq 0$$

بفرض t=0 و M_0=M=١٠٠ : $M(t)=100e^{\eta t}$

الآن، عندما t=3 و M=100-20=80 نجد:

$$80=100e^{-3\eta}$$
$$\eta=0.07438$$

نحن سنحسب t عندما $M=\frac{M_0}{2}=50$

ومنه: $50=100e^{-\eta t}$

$$50=100e^{-0.07438t}$$
$$t=9.32hours$$

وهو عمر النصف للمادة المشعة.

تحويل سومودو[11] :

إنّ تحويل Sumudu والذي يُرمز له بالرمز $F(v)$ من أجل تابع الأصل $f(t)$ من المجموعة A

يعرف بالشكل:

$$S\left[f(t)\right]=F(v)=\frac{1}{v}\int_0^{\infty}e^{-\frac{t}{v}}f(t)dt\quad ,t\geq 0$$

الجدول الآتي يبين تحويل سومودو لبعض التوابع الشهيرة[11]:

جدول (٢) تحويل Sumudu لبعض التوابع الشهيرة

$f(t)$	$S\left[f(t)\right]=F(v)$
1	1
t	v
t^n	$n!v^n$
e^{at}	$\frac{1}{1-av}$

$\sin at$	$\dfrac{av}{1+a^2v^2}$
$\cos at$	$\dfrac{1}{1+a^2v^2}$
$\sinh at$	$\dfrac{av}{1-a^2v^2}$
$\cosh at$	$\dfrac{1}{1-a^2v^2}$

ومن خواصه:

1. $\mathrm{S}[t\,f(t)] = \left[v^2\,\frac{d}{dv}F(v) + vF(v)\right]$
2. $\mathrm{S}[t^2 f(t)] = \left[v^4\,\frac{d^2}{dv^2}F(v) + 4v^3\,\frac{d}{dv}F(v) + 2v^2F(v)\right]$

فيما يلي سيتم حل بعض مسائل القيم الابتدائية باستخدام تحويل سومودو وتحويل Iman:

تطبيق٣ :

لتكن لدينا مسألة القيم الابتدائية التالية من المرتبة الثانية:

$$t^2y'' + 4ty' + 2y = 12t^2 \qquad (١)$$

مع الشروط $y(0) = y'(0) = 0$

أولاً لنطبق تحويل سومودو على المعادلة (١):

$$v^2F''(v) + 4vF'(v) + 2F(v) = 24v^2$$

فنحصل على ذات المعادلة المعطاة دون تبسيط، أي أن التحويل لا يمكنه حل هذه المعادلة.

بينما عند تطبيق تحويل Iman مع تطبيق الشروط (١) نجد:

$$\frac{1}{v^8}\frac{d^2}{dv^2}[v^2\,L(v)] + \frac{4}{v^4}\frac{d}{dv}[v^2\,L(v)] - \frac{4}{v^2}[v^2\,L(v)] + 2L(v) = \frac{24}{v^8}$$

أي: $L''(v) = \frac{24}{v^4}$

ومنه حل المعادلة يكون: $L(v) = \frac{2}{v^8} + \frac{C_1}{v^2} + C_2$ ومنه $C_1 = C_2 = 0$

$$L(v) = \frac{2}{v^8}$$

وبتطبيق تحويل Iman العكسي نجد:

$$y(t) = t^2$$

وهو الحل الدقيق للمعادلة (١).

تطبيق٤ :

لتكن لدينا المعادلة التفاضلية ذات المعاملات غير الثابتة من المرتبة الثالثة:

$$t^2y''' + 6ty'' + 6y' = 60t^2 \qquad (٢)$$

مع الشروط الابتدائية:

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$$

أولاً نطبق تحويل سومودو على المعادلة (٢) فنجد:

$$v^2F''(v) + 4vF'(v) + 2F(v) = 120v^2$$

فنحصل على ذات المعادلة (٢) وبالتالي فإن تحويل سومودو فشل مرة أخرى في حل هذه المعادلة أيضاً.

الآن، نطبق تحويل Iman على المعادلة (٢) وتطبيق الشروط الابتدائية، نجد:

$$L''(v) = \frac{120}{v^6}$$

فيكون الحل:

$$L(v) = \frac{6}{v^{10}} + \frac{C_1}{v^2} + C_2$$

وباستخدام الشروط الابتدائية نجد:

$$C_1 = C_2 = 0 \quad ، \quad L(v) = \frac{6}{v^{10}}$$

وبتطبيق تحويل Iman العكسي نجد:

$$y\,(t\,) = t^3$$

وهو الحل الدقيق للمعادلة (٢).

الاستنتاجات و التوصيات :

الاستنتاجات :

من خلال هذا البحث، تم اقتراح بعض الخواص النظرية لتحويل Imanوالبرهان عليها، كما تم بيان فعالية تحويل Imanكأداة رياضية جديدة ومطورة عن التحويلات التقليدية حيث تفوق تحويل Iman في معالجة المعادلات التفاضلية ذات المعاملات المتغيرة مقارنة بتحويل سومودو. وقد أظهرت النتائج التطبيقية قدرة تحويل Iman على حل نماذج عملية مثل مسائل النمو السكاني والاضمحلال بكفاءة عالية. كما أظهر التحويل توافقاً مع تحويل لابلاس في حالات خاصة، مما يعزز من دقة وكفاءة هذا التحويل. تؤكد هذه النتائج أن تحويل Iman يمثل إضافة نوعية ومهمة في مجال التحويلات التكاملية.

ونختتم البحث بالتوصيات التالية:

١. إيجاد تحويلات تكاملية أو تفاضلية جديدة لها أثر كبير في إيجاد حلول مسائل قيم حدية أو ابتدائية ذات معادلات تفاضلية أو تكاملية ويمكن أن تسمح بحل مسائل تطبيقية يتعذر حلها بالطرائق المعروفة.

٢. الاهتمام بالجانب التعليمي لتحويل Iman عبر تضمينه في مناهج الرياضيات التطبيقية أو الرياضيات الهندسية، كجزء من التحويلات التكاملية الحديثة.

المراجع

[1]-Wazwaz A.M.; El-Sayed S.M.,*2001-A New Modification of the Adomian Decomposition Method for Linear and Nonlinear Operators*. Applied Mathematics and Computation 122, P:393−405

[2]- Kumar. S. ; Kumar. D. *2014- Fractional Modeling for BBM-Burger Equation by Using New Homotopy Analysis Transform Method*. Journal of the Association of Arab Universities for Basic and Applied Sciences 16. P. 16-20

[3]- Kharrat B. N.,*2019- Homotopy Perturbation Method in solving Nonlinear Boundary Value Problems* . WASJ, IDOSI Publication, p:695-699.

[4]- Almardy I.A.,2023-*The New Integral Transform "Iman Transform", ISSN 1, Volume3,* 2023 -International Journal of Advanced Research in Science,

Communication and Technology (IJARSCT).

[5]- *Applications of Double Aboodh Transform to Boundary Value Problem I.* A. Almardy, R. A. Farah,H. Saadouli , K. S. Aboodh 1, A. K. Osman (2023) (IJARSCT) Volume 3 , Issue 1.

[6]- K.S.Aboodh, R.A.Farah, I.A.*Almardy and F.A.Almostafa, Solution of partial Integro-Differential Equations by using Aboodh and Double Aboodh Transform Methods,* Global Journal of pure and Applied Mathematics, ISSN 0973-1768 Volume 13, Number 8 (2017), pp.4347-4360

[7]-Ide N. A.,2020- *Comparison of Newton –Raphson Based Modified Laplace Adomian Decomposition Method and Newton's Interpolation and Aitken's Method for Solve Quadratic Riccati Differentials*. Middle-East Journal of Scientific Research 28(3), p235-239.

[8]- Kharrat B. N.; Ide N. A.; Deebo A., *2021 - Hybridization of Variational Iteration Method with "Elzaki" Transform and "Pade" Technique and its Application to Nonlinear Oscillators Problems.* R.J.of Aleppo univ.Science Series No. 151.

[9]- Kharrat B. N.; Ide N. A.; Batal B., 2024 - *Modification Semi- Analytical Methods using Iman Transform and Mahgoub Transform and to Solve some Mathematical* ModelsR.J.of Aleppo univ.Science Series No. 177.

[10]-Mehdi S.; Kuffi E.; Adel J., *2023- Using a New General Complex Integral Transform for Solving Population Growth and Decay Problem*s. Ibn Al-Haitham Journal for Pure and Applied Sciences. IHJPAS. 36(1)2023

[11]- Kharrat B. N.; Toma G. A., *2010-A New Hybrid Sumudu Transform with Homotopy Perturbation Method for solving Boundary Value Problems* . Middle-East Journal of Scientific Research, Vo. 28, No. 2, p:142-149.