

## دراسة تحليلية لأمواج السبن في المواد الحديدية عكسية المغنطة ذات سبن $S=1/2$ وفق نموذج ايزنغ وعرض لارمور

زياد رستم\*

(تاريخ الإيداع ٢٠٢٥ / ١١ / ٩ - تاريخ النشر ٢٠٢٥ / ١٢ / ٢٤)

□ ملخص □

يهدف هذا البحث لدراسة أمواج السبن في المواد الحديدية عكسية المغنطة وذلك انطلاقاً من هاملتوني ايزنغ مع الأخذ بعين الاعتبار طاقة زيمان وعرض لارمور في اقتراح تابع موجي يصف سلوك العزوم المغناطيسية الذاتية في تلك المواد تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي والتي تبدو كأمواج تنتشر في البلورة تسمى أمواج السبن . لذلك قمنا باختبار طريقة جديدة لحساب طاقة انتشار تلك الأمواج من خلال حساب القيمة الوسطى لهاملتوني ايزنغ، وذلك بعد التحقق من صحة التابع الموجي المقترح ، ثم تمت مقارنة العلاقة التي تبين قيمة الطاقة وفق هذه الطريقة بتلك التي تبين قيمة الطاقة وفق الطريقة التي تستخدم تحويلات خولشتاين - بريماكوف و تحويلات فورييه وقد تبين أن الطريقتين تعطيان ذات النتيجة، ثم درسنا تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي من ناحية الاتجاه والشدة على قيمة طاقة انتشار الأمواج..

كلمات مفتاحية : أمواج السبن - نموذج ايزنغ - عرض لارمور - مغنون

\* أستاذ مساعد - قسم الفيزياء - جامعة اللاذقية - اللاذقية - سوريا

## Analytical Study Of the spin waves in antiferromagnetic materils with spin $S=1/2$ according on the Ising model and Larmor Precession

**Dr. Ziead Rostom\***

(Received 9/11/2025.Accepted 24/12/2025)

### □ABSTRACT □

This research aims to study spin waves in antiferromagnetic materials, based on the Ising Hamiltonian, taking into account the Zeeman energy and Larmor precession, by proposing a wave function that describes the behavior of the intrinsic magnetic moments in these materials under the influence of an external magnetic field. These waves appear as waves propagating in the crystal, called spin waves.

Therefore, we tested a new method for calculating the propagation energy of these waves by calculating the mean value of the Ising Hamiltonian, after verifying the validity of the proposed wave function. then , the relationship that indicates the energy was compared with that which indicates the energy value according to the method that uses the Holstein-Primakov transforms and Forier transforms. It was found that both methods give, the same result. We then studied the effect of the external magnetic Feld, in terms of the direction and intensity,on the value of the wave propagation energy

**Key word:** spin waves – Ising model- Larmor Precession- magnon

---

\*Doctor at the department of Physics . Lattakia University. Lattakia . Syria

**مقدمة :**

صيغت ،في سياق النظرية الكمومية عند الدراسة النظرية للنماذج أو الأنظمة المغناطيسية (المواد الحديدية أو المواد الحديدية عكسية المغنطة) ، بعض الطرق [٢,١] للانتقال من الوصف الكمي الى الوصف الشبه كلاسيكي للاضطرابات التي تحدث للجسيمات الأولية والتي تنشأ عنها ظواهر لا خطية مرتبطة بالتأثير المتبادل للاهتزازات (الاضطرابات) خاصة في الأنظمة المغناطيسية [٣] أو بتأثير حقل مغناطيسي خارجي ثابت الشدة ومتغير الاتجاه ،حيث بدأت تلاحظ في المواد الصلبة والبلازما على وجه الخصوص (على الرغم من ملاحظتها في السوائل ودرست باستخدام معادلة جيب - غاردون على أنها سليتونات موضعية عديمة التداخل وضعيفة التخماد) .ففي نظرية البلازما ونتيجة لتفاعل الجسيمات الأولية المشحونة كهربائياً مع بعضها البعض ومع الحقل الكهرومغناطيسي المحيط بها ، تظهر اهتزازات (إضطرابات أولية) تنتشر على شكل أمواج تحمل طاقة وتسمى أمواج البلازما ، أما في الأجسام الصلبة البلورية فتنشأ نتيجة اهتزاز الذرات أو الأيونات (وتنتقل إلى الشبكة البلورية لتجعلها تهتز بدورها) أمواج تسمى من وجهة نظر ميكانيك الكم ، فونونات ، ودرست هذه الظاهرة باستخدام مؤثرات بوزي [٤,٣] .

تنتشر بشكل مشابه أمواج في البلورة تسمى أمواج السبن ، تنتج عن الاضطرابات الأولية للعزوم المغناطيسية الذاتية للذرات في المواد الحديدية و الحديدية عكسية المغنطة حول الوضعية (السوية) الأساسية (الأرضية) والتي يمتلك فيها النظام المغناطيسي المدروس طاقة صغرى نتيجة لوجود طاقة تأثير متبادل بين الأيونات ( أو الذرات) في عقد الشبكة البلورية ، وتسمى من وجهة نظر ميكانيك الكم ، مغنونات (magnon).

تتعلق الدراسة النظرية لأمواج السبن في مختلف الأنظمة الفيزيائية المغناطيسية ، من نماذج كمية مثل نموذج هايزنبرغ ، ونموذج ايزنغ [٦,٥,٤] ، درست الكثير من الأعمال المغنونات [٧-٣,٢] بشكل معمق و مستفيض في البلورات المغناطيسية انطلاقاً من نموذج هايزنبرغ الكمي الايزوتروبي (متماثل الخواص) و الايزوتروبي ( متباين الخواص) اعتماداً إما على إيجاد تابع موجي مناسب يحقق شروط المسألة المطروقة ويسمح بإيجاد القيمة الوسطى للهاملتوني ثم اللاگرانجي ومعادلات الحركة التي تصف بشكل دقيق الخواص الفيزيائية لأمواج السبن [٥,٤] ، أو بالاعتماد على تحويلات خولشتاين - بريماكوف [٩,٨] ، أو على تحويلات فورييه، ثم الانتقال الى تحويلات خولشتاين - بريماكوف وتجدر الملاحظة أن كافة الدراسات المذكورة أعطت النتائج ذاتها ، وبينت الدراسة وفق إيجاد القيمة الوسطى للهاملتوني وجود نوعين من الأمواج ، إحداها ذات ترددات مرتفعة وأخرى ذات ترددات منخفضة [٦,٥] .

سنقوم في هذا البحث وبناء على ما تقدم بدراسة أمواج السبن في المواد الحديدية عكسية المغنطة انطلاقاً من نموذج ايزنغ (Ising model) واقتراح لارمور (Larmor Precession) لتابع موجي محدد يمكن بواسطته حساب القيمة الوسطى للهاملتوني ايزنك ودراسة تأثير حقل مغناطيسي خارجي ( $B_0$ ) ثابت الشدة متغير الاتجاه على طاقة تلك الأمواج، ثم اجراء مقارنة للنتائج مع تلك التي تم الحصول عليها وفق الطرق المشار اليها سابقاً .

**هدف البحث:**

يهدف هذا البحث الى دراسة تحليلية لأمواج السبن في البلورات الحديدية عكسية المغنطة ذات سبن  $S=1/2$  وفق نموذج ايزنغ (Ising model) باستخدام منظومة أو اقتراح لارمور (Larmor Precession) لتابع موجي يمكننا من حساب القيمة الوسطى للهاملتوني ايزنغ (Ising Hamiltonian) من خلال إيجاد القيم الوسطى لمؤثرات السبن والحصول على طاقة النظام الفيريائي المدروس ثم دراسة تأثير حقل مغناطيسي خارجي ( $B_0$ ) من حيث الشدة و الاتجاه على سويات الطاقة ومقارنتها بنتائج تم الحصول عليها وفق تحويلات خولشتاين- بريماكوف و

تحويلات فورييه للحصول على سويات الطاقة وأخرى باستخدام معادلات الحركة الشبه تقليدية لمؤثرات الخلق (الرفع) و الفناء (الخفض).

### أهمية البحث:

تكن أهمية البحث في إيجاد طريقة بحث جديدة ومختلفة تمكّن من الحصول على علاقات التشتت ، وسويات الطاقة لأمواج السبن في المواد الحديدية عكسية المغنطة ذات سبن  $S=1/2$  و معرفة مدى تأثير حقل مغناطيسي خارجي من حيث الاتجاه و الشدة على سويات الطاقة .

### طرائق البحث:

تعتمد طريقة البحث في هذه الورقة على اتباع منهاج التوابع الاختيارية وتصور لارمور في اختيار تابع موجي يحقق شرط التنظيم ومصونية مربع السبن و مؤثر كازيمير وذلك لإيجاد القيمة الوسطى لهاملتوني ايزنغ ،

(Ising Hameltonian) مع الأخذ بعين الاعتبار طاقة زيمان من خلال إيجاد القيم الوسطى لمؤثرات السبن ثم إيجاد اللاغرنج ومعادلات الحركة التي تمكن من إيجاد علاقات التشتت و علاقات سويات الطاقة للنظام الفيزيائي المدروس.

### الدراسة التحلية للنتائج والمناقشة:

ان الدراسة النظرية لأمواج السبن (المغنونات) في الأجسام الصلبة والنااتجة عن الحركة الاهتزازية للعزوم المغناطيسية الذاتية حول الوضعية الأساسية (الأرضية) تنطلق أساساً من نماذج كمية معروفة مثل نموذج هايزنبرغ والتي تسمى في كثير من الأحيان سلاسل هايزنبرغ أو مغناط هايزنبرغ ونموذج (ايزنغ) ، وتعتبر تلك النماذج عن طاقة التأثير المتبادل للعزوم المغناطيسية الذاتية للأيونات أو الذرات بين كل عقدتين متجاورتين في الشبكة البلورية لذلك تسمى الهاملتوني ، فهاملتوني ايزنغ يعبر عن نموذج ايزنغ الكمي و هاملتوني هايزنبرغ يعبر عن نموذج هايزنبرغ الكمي.

لوصف ديناميكية أمواج السبن، وكما نوهنا سابقاً، ينطلق بحثنا هذا من هاملتوني ايزنغ الواقع تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي مع الأخذ بعين الاعتبار طاقة زيمان  $[10, 8, 10]$  الذي يعطى بالشكل التالي:

$$H = -J \sum_j \hat{S}_j \hat{S}_{j+1} + g\mu_B B_0 \sum_j \hat{S}_j^z \quad (1)$$

حيث  $\mu_B$  ، مغنطون بور، و  $B_0$  الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر على البلورة و  $\mu_B B_0$  طاقة زيمان و  $g$  عامل لاندي و  $J$  طاقة التأثير المتبادل بين عقد الشبكة البلورية.

لايجاد القيمة الوسطى لهاملتوني ايزنغ وفق اقتراح لارمور (Larmor Precession) لتابع موجي على

الشكل التالي [12]:

$$\left| \widehat{\psi}(t) \right\rangle = \cos \frac{\theta}{2} e^{-i(ka-\omega t)} \chi_{\uparrow} + \sin \frac{\theta}{2} e^{i(ka-\omega t)} \chi_{\downarrow} \quad (2)$$

حيث  $\chi_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  : تعني أن السبن باتجاه المحور (oz) (spin up).

$\chi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  : تعني أن السبن بعكس اتجاه المحور (oz) (spin down).

وأن:

$$\left| \widehat{\psi}^+(t) \right\rangle = \cos \frac{\theta}{2} e^{+i(ka-\omega t)} \chi_{\uparrow}^T + \text{sis} \frac{\theta}{2} e^{-i(ka-\omega t)} \chi_{\downarrow}^T \quad (3)$$

حيث:  $\chi_{\downarrow}^T = (0 \quad 1)$  ,  $\chi_{\uparrow}^T = (1 \quad 0)$

يمكننا الآن الحصول على القيم الوسطى لمركبات السبن بالاعتماد على (٢) و (٣) بالشكل التالي:

$$\langle \widehat{S}^x \rangle = \left\langle \widehat{\psi}^+(t) \left| \widehat{S}^x \right| \widehat{\psi}(t) \right\rangle = \frac{1}{2} \text{Sin} \theta \cos(ka - \omega t)$$

$$\langle \widehat{S}^y \rangle = \left\langle \widehat{\psi}^+(t) \left| \widehat{S}^y \right| \widehat{\psi}(t) \right\rangle = \frac{1}{2} \text{Sin} \theta \sin(ka - \omega t) \quad (4)$$

$$\langle \widehat{S}^z \rangle = \left\langle \widehat{\psi}^+(t) \left| \widehat{S}^z \right| \widehat{\psi}(t) \right\rangle = \frac{1}{2} \cos \theta$$

حيث:  $\widehat{S}_x = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  ,  $\widehat{S}_y = \frac{1}{2i} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  ,  $\widehat{S}_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

بما أن مؤثرات الفناء (الخفض) و الخلق (الرفع) تعطى الترتيب على الآتيتين :

$$\widehat{S}^- = \widehat{S}^x - i\widehat{S}^y$$

$$\widehat{S}^+ = \widehat{S}^x + i\widehat{S}^y \quad (5)$$

فإن القيم الوسطى لهذه المؤثرات تعطى بشكل مشابه بالعلاقات التالية :

$$\langle \widehat{S}^+ \rangle = \left\langle \widehat{\psi}^+(t) \left| \widehat{S}^+ \right| \widehat{\psi}(t) \right\rangle = \frac{1}{2} \text{Sin} \theta e^{i(ka-\omega t)}$$

$$\langle \widehat{S}^- \rangle = \left\langle \widehat{\psi}^+(t) \left| \widehat{S}^- \right| \widehat{\psi}(t) \right\rangle = \frac{1}{2} \text{Sin} \theta e^{-i(ka-\omega t)}$$

$$\langle \widehat{S}^+ \widehat{S}^- \rangle = \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (6)$$

$$\langle \widehat{S}^- \widehat{S}^+ \rangle = \text{sis}^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\langle \widehat{S}^z \widehat{S}^z \rangle = \frac{1}{4}$$

## المناقشة:

ان التابع الموجي (2) يحقق الشروط الثلاثة التالية:

١- شرط التنظيم [٢]:

$$\left\langle \widehat{\psi}^+(t) \left| \widehat{\psi}(t) \right\rangle = \left( \cos \frac{\theta}{2} e^{+i(ka-\omega t)} \chi_{\uparrow}^T + \text{sis} \frac{\theta}{2} e^{-i(ka-\omega t)} \chi_{\downarrow}^T \right) \left( \cos \frac{\theta}{2} e^{-i(ka-\omega t)} \chi_{\uparrow} + \text{sis} \frac{\theta}{2} e^{i(ka-\omega t)} \chi_{\downarrow} \right) = 1 \quad (7)$$

٢- مصونية مربع السبن [٢،٣]:

$$\langle \widehat{S}^2 \rangle = \frac{1}{2} (\langle \widehat{S}^+ \rangle \langle \widehat{S}^- \rangle + \langle \widehat{S}^- \rangle \langle \widehat{S}^+ \rangle + \langle \widehat{S}_z \rangle \langle \widehat{S}_z \rangle) = S^2 = \left( \frac{1}{2} \right)^2 \quad (8)$$

بتبديل القيم الوسطى لمؤثرات السبن من (٤ و٦) في (8) نحصل على العلاقة التالية:

$$\langle \widehat{S}^2 \rangle = \left( \frac{1}{4} \sin^2 \theta + \frac{1}{4} \cos^2 \theta \right) = \frac{1}{4} = \left( \frac{1}{2} \right)^2 = S^2 \quad (9)$$

وهو قانون مصونية مربع السبن.

٣- مؤثر كازيمير [٣]:

$$\langle \widehat{C}^2 \rangle = \frac{1}{2} (\langle \widehat{S}^+ \widehat{S}^- \rangle \langle \widehat{S}^- \widehat{S}^+ \rangle) + \langle \widehat{S}^z \widehat{S}^z \rangle = S(S+1) = \frac{3}{4} \quad (10)$$

بتبديل القيم الوسطى لرباعيات الأقطاب من (6) في (10) نجد أن:

$$\langle \widehat{C}^2 \rangle = \frac{1}{2} \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = S(S+1)$$

ان العلاقات (7) و (9) و (10) تعطي مؤشراً واضحاً الى أن التابع الموجي المختار وفق تصور لارمور (2) صحيح ويمكن اعتماده وفق المنهجية المتبعة في هذه الدراسة لاجاد سويات طاقة سلاسل ايزنغ .

سويات طاقة سلاسل ايزنغ للمواد الحديدية عكسية المغنطة:

ان هاملتوني ايزنغ ذو محور لين وكما نوهنا سابقاً يعطى بالعلاقة التالية:

$$H = -J \sum_j \hat{S}_j \hat{S}_{j+1} + g\mu_\beta B_0 \sum_j (\hat{S}_j^z)^2 \quad (11)$$

وكما هو معلوم أن السبن في العقدة رقم (j) يتفاعل مع السبن الموجود في العقدة التالية أي العقدة ذات الرقم (j+1) ويتفاعل أيضاً مع السبن في العقدة السابقة أي العقدة ذات الرقم (j-1) وبما أن هاملتوني ايزنغ (١١) يمثل طاقة النظام المدروس يمكن بالتالي كتابة علاقة الطاقة بالشكل التالي:

$$E = -2J \hat{S}_j (\hat{S}_{j+1} + \hat{S}_{j-1}) + g\mu_\beta B_0 \hat{S}_j^z \quad (12)$$

وبما أن العزم الدوراني في العقدة (j) يعطى

$$\mu_j = -g\mu_\beta \hat{S}_j \quad \text{بالعلاقة:}$$

فاننا نستطيع بالتالي كتابة العلاقة (١٢) بالشكل التالي:

$$E = -2J \hat{S}_j (\langle \hat{S}_{j+1} \rangle + \langle \hat{S}_{j-1} \rangle) + g\mu_\beta B_0 \langle \hat{S}_j^z \rangle \quad (13)$$

$$= -\mu_j \left[ \left( -\frac{2J}{g\mu_\beta} \right) (\langle \hat{S}_{j-1} \rangle + \langle \hat{S}_{j+1} \rangle) \right] + B \langle \hat{S}_j^z \rangle \quad ; B = g\mu_\beta B_0$$

$$\left[ \left( -\frac{2J}{g\mu_\beta} \right) (\langle \hat{S}_{j-1} \rangle + \langle \hat{S}_{j+1} \rangle) + B \langle \hat{S}_j^z \rangle \right] \quad (14)$$

$$\beta_j =$$

وبما أن معدل الزخم الزاوي يساوي عزم الدوران فان [١٠-٨]:

$$\hbar \frac{d \langle \hat{S}_j \rangle}{dt} = \mu_j \cdot \beta_j$$

$$\hbar \frac{d \langle \hat{S}_j^z \rangle}{dt} = 0 \quad ; \hat{S}_j^z \approx S \quad ; \hat{S}_j^x, \hat{S}_j^y \ll S$$

وبشكل مشابه نستطيع أن نكتب معادلة حركة السبن بالعلاقة التالية:

$$\frac{d \langle \hat{S}_j \rangle}{dt} = \left( -\frac{g\mu_\beta}{\hbar} \right) \hat{S}_j \times \beta_j \quad (15)$$

بتبديل (١٤) في (١٥) نحصل على معادلة الحركة بالشكل العام و التي تصف ديناميكية أمواج السبن

في المواد الحديدية عكسية المغنطة ذات سبن S=1/2 وتحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي باتجاه

المحور (OZ):

$$\frac{d \langle \hat{S}_j^y \rangle}{dt} = \left( \frac{2JS}{\hbar} \right) [2 \langle \hat{S}_j^y \rangle - (\langle \hat{S}_{j-1}^y \rangle + \langle \hat{S}_{j+1}^y \rangle)] + \frac{BS}{\hbar} \langle \hat{S}_j^y \rangle \quad (16)$$

$$\frac{d \langle \hat{S}_j^x \rangle}{dt} = \left( \frac{-2JS}{\hbar} \right) [2 \langle \hat{S}_j^x \rangle - (\langle \hat{S}_{j-1}^x \rangle + \langle \hat{S}_{j+1}^x \rangle)] - \frac{BS}{\hbar} \langle \hat{S}_j^x \rangle \quad (17)$$

مع الأخذ بعين الاعتبار أنه في المواد الحديدية عكسية المغنطة هناك شبكتان ثانويتان (فرعيتان) في بلورات تلك المواد وتكونان ترتيب متعاكس للعزوم المغناطيسية الذاتية (السبن) لذلك يجب الأخذ بعين الاعتبار في معادلات الحركة ، الشبكتان الثانويتان بشكل منفصل ، وفقا لذلك فان العلاقتين (١٦) و (١٧) تصبحان على الشكل التالي :

#### الحالة الأولى:

الشبكة البلورية الثانوية التي يتوضع فيها السبن للأعلى (spin up):

$$\frac{d \langle \hat{S}_j^x \rangle}{dt} = \left( \frac{2JS}{\hbar} \right) [-2 \langle \hat{S}_j^y \rangle - (\langle \hat{S}_{j-1}^y \rangle + \langle \hat{S}_{j+1}^y \rangle)] + \frac{BS}{\hbar} \langle \hat{S}_j^y \rangle \quad ; \quad (18)$$

$$\frac{d \langle \hat{S}_j^y \rangle}{dt} = \left( \frac{-2JS}{\hbar} \right) [-2 \langle \hat{S}_j^x \rangle - (\langle \hat{S}_{j-1}^x \rangle + \langle \hat{S}_{j+1}^x \rangle)] - \frac{BS}{\hbar} \langle \hat{S}_j^x \rangle \quad .$$

#### الحالة الثانية:

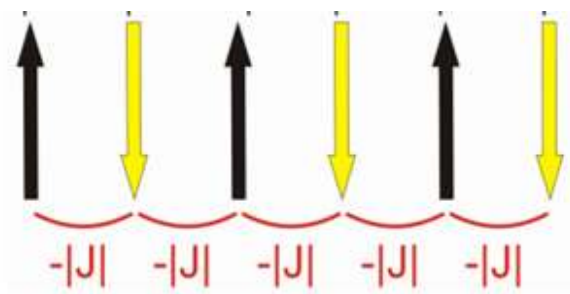
الشبكة البلورية الثانوية التي يتوضع فيها السبن للأسفل (spin down):

$$\frac{d \langle \hat{S}_{j+1}^x \rangle}{dt} = \left( \frac{2JS}{\hbar} \right) [2 \langle \hat{S}_{j+1}^y \rangle + (\langle \hat{S}_j^y \rangle + \langle \hat{S}_{j+2}^y \rangle)] - \frac{BS}{\hbar} \langle \hat{S}_{j+1}^y \rangle \quad ; \quad (19)$$

$$\frac{d \langle \hat{S}_{j+1}^y \rangle}{dt} = \left( \frac{-2JS}{\hbar} \right) [2 \langle \hat{S}_{j+1}^x \rangle + (\langle \hat{S}_j^x \rangle + \langle \hat{S}_{j+2}^x \rangle)] + \frac{BS}{\hbar} \langle \hat{S}_{j+1}^x \rangle \quad .$$

الشكل (١) يوضح توضع العزوم المغناطيسية الذاتية (Spin) بشكل متعاكس ضمن الشبكتين البلوريتين الجزئيتين ، فالحالة الأول (Spin up) المتمثل باللون الأسود والحالة الثانية (Spin down) باللون الأصفر.

j-2      j-1      j      j+1      j+2      j+3



الشكل (١) يوضح توضع العزوم المغناطيسية في المواد الحديدية عكسية المغنطة

نستطيع الآن أن نعيد صياغة معادلات الحركة (١٨) و (١٩) بتابعية مؤثرات الخلق  $\hat{S}^+$  والفناء  $\hat{S}^-$  مع الأخذ بعين الاعتبار العلاقة (٥) وأن:

$$\frac{dS^+}{dt} = \frac{dS^x}{dt} + i \frac{dS^y}{dt}$$

فنحصل على معادلات الحركة التالية:

$$\frac{d\langle \hat{S}_j^+ \rangle}{dt} = i \frac{2JS}{\hbar} (2 \langle \hat{S}_j^+ \rangle + \langle \hat{S}_{j-1}^+ \rangle + \langle \hat{S}_{j+1}^+ \rangle) ; \quad (20)$$

$$\frac{d\langle \hat{S}_{j+1}^+ \rangle}{dt} = -i \frac{2JS}{\hbar} (2 \langle \hat{S}_{j+1}^+ \rangle + \langle \hat{S}_j^+ \rangle + \langle \hat{S}_{j+2}^+ \rangle) .$$

بتبديل العلاقة الأولى من جملة المعادلات (٦) في المعادلة الأولى من جملة المعادلات (٢٠) نحصل على:

$$\langle \hat{S}_j^+ \rangle = \langle \psi^+(t) | \hat{S}_j^+ | \psi(t) \rangle = u e^{i(jka - \omega t)} ; \quad u = \frac{\sin \theta}{2} \quad (21)$$

وبشكل مشابه فإن حل المعادلة الثانية من جملة المعادلات (٢٠) مع الأخذ بعين الاعتبار أن الحل هذا يقع في الشبكة الجزئية حيث (Spin down) يكون على الشكل:

$$\langle \hat{S}_{j+1}^{\pm} \rangle = \langle \psi^+(t) | \hat{S}_{j\pm 1}^+ | \psi(t) \rangle = u e^{i((j\pm 1)ka - \omega t)} \quad (22)$$

بوضع (٢١) و (٢٢) في جملة المعادلات (٢٠) نحصل على معادلات الديناميكية للسبن و التي تأخذ الشكل التالي:

$$i \left( \omega + \frac{4JS}{\hbar} \right) u = iv \left( \frac{4JS}{\hbar} \right) (e^{ka} + e^{-ka}) + \frac{BS}{\hbar} ;$$

(٢٣)

$$i \left( \omega - \frac{4JS}{\hbar} \right) v = iu \left( \frac{4JS}{\hbar} \right) (e^{ka} + e^{-ka}) - \frac{BS}{\hbar} .$$

بما أن جملة المعادلات (٢٣) خطية ومتجانسة فإن محدد الأمثال معدوم أي:

$$\begin{vmatrix} \left( \omega + \frac{4JS}{\hbar} \right) & v \left( \frac{4JS}{\hbar} \right) (e^{ka} + e^{-ka}) + \frac{BS}{\hbar} \\ u \left( \frac{4JS}{\hbar} \right) (e^{ka} + e^{-ka}) - \frac{BS}{\hbar} & \left( \omega - \frac{4JS}{\hbar} \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (24)$$

ومن هنا نحصل على علاقة التشنت التالية:

$$v = \frac{\sin \theta}{2} \pm c(\theta) \quad \text{حيث}$$

$$\omega^2 = \left(\frac{4JS}{\hbar}\right)^2 (1 - \cos^2 ka) + \left(\frac{BS}{\hbar}\right)^2 \quad (25)$$

وبالتالي فان طاقة أمواج السبن المتشكلة تعطى بالعلاقة التالية:

$$E = \hbar\omega = \hbar \sqrt{\left(\frac{4JS}{\hbar}\right)^2 (\sin ka)^2 + \left(\frac{BS}{\hbar}\right)^2} \quad ; \quad S=1/2 \quad (26)$$

مناقشة العلاقة (٢٦):

نلاحظ من هذه العلاقة ما يلي :

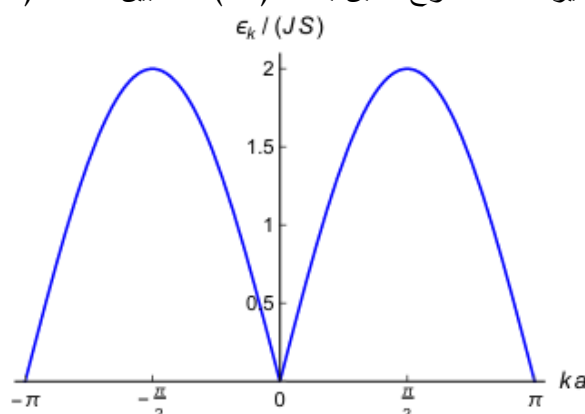
١- تزداد طاقة أمواج السبن في المواد الحديدية عكسية المغنطة ذات سبن  $S=1/2$  كلما زادت شدة الحقل لمغناطيسي الخارجي المؤثر على البلورة  $B_0$  والعكس العكس (كما هو واضح من الحد الأخير تحت إشارة الجذر مع الأخذ بعين الاعتبار أن  $B = g\mu_B B_0$ ) والسبب في ذلك أن شدة الحقل المغناطيسي الخارجي تؤثر على سعة اهتزاز السبن (العزوم المغناطيسية الذاتية) ضمن القطاعات المغناطيسية (domains) حول الوضعية الأساسية (الأرضية).

٢- اذا كانت شدة الحقل المغناطيسي الخارجي معدومة ( $B_0=0$ ) تقول العلاقة (٢٦) إلى الشكل التالي:

$$E = \hbar\omega = 4JS |\sin ka| = 2J |\sin ka| \quad (27)$$

نستنتج من هذه العلاقة أن الأمواج المتشكلة هي أمواج ذات ترددات منخفضة

الشكل التالي يوضح تغيرات طاقة أمواج السبن بدلالة ( $ka$ ) كما تبين العلاقة (٢٧) :



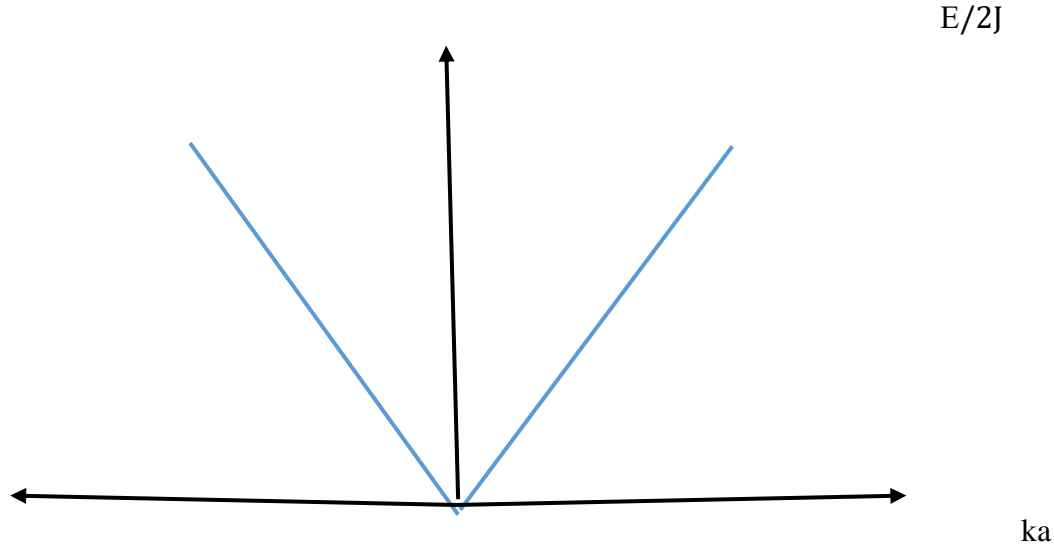
الشكل (٢) يمثل تغيرات الطاقة وفق تصور لارمور بدلالة ( $ka$ )

٣- اذا كان  $ka$  صغيرة كفاية بحيث تدمج الزاوية بجيبها أي الحالة التي يكون فيها  $\sin ka \cong ka$

عندها تأخذ علاقة الطاقة (٢٧) الشكل التالي :

$$E = \hbar\omega \approx 2Jka$$

والشكل التالي يوضح أن الطاقة تتغير بشكل خطي بتغير  $(ka)$ :



الشكل (٣) تغيرات الطاقة عندما  $(ka)$  صغيرة كفاية بحيث  $sin ka = ka$

٤- إذا أثر الحقل المغناطيسي الخارجي بعكس اتجاه المحور  $(oz)$  تتقلب إشارة الحد الأخير من جملة المعادلات (18) وجملة المعادلات (19) (الحد الموجب يصبح سالباً الحد السالب يصبح موجباً) وبالتالي فان معادلات الحركة (23) تصبح على الشكل التالي:

$$i \left( \omega + \frac{4JS}{\hbar} \right) u = iv \left( \frac{4JS}{\hbar} \right) (e^{ka} + e^{-ka}) - \frac{BS}{\hbar} \quad (28)$$

$$i \left( \omega - \frac{4JS}{\hbar} \right) v = iu \left( \frac{4JS}{\hbar} \right) (e^{ka} + e^{-ka}) + \frac{BS}{\hbar}$$

بما أن جملة المعادلات (٢٨) خطية ومتجانسة فان محدد الأمثال معدوم أي:

$$\begin{vmatrix} \left( \omega + \frac{4JS}{\hbar} \right) & v \left( \frac{4JS}{\hbar} \right) (e^{ka} + e^{-ka}) - \frac{BS}{\hbar} \\ u \left( \frac{4JS}{\hbar} \right) (e^{ka} + e^{-ka}) + \frac{BS}{\hbar} & \left( \omega - \frac{4JS}{\hbar} \right) \end{vmatrix} = 0$$

وبالتالي نحصل على علاقة التشتت التالية :

$$\omega^2 = \left(\frac{4JS}{\hbar}\right)^2 (1 - \cos^2 ka) + \left(\frac{BS}{\hbar}\right)^2$$

وبناء عليه فان طاقة أمواج السبن المتشكلة تعطى بالعلاقة التالية:

$$E = \hbar\omega = \hbar \sqrt{\left(\frac{4JS}{\hbar}\right)^2 (\sin ka)^2 + \left(\frac{BS}{\hbar}\right)^2} \quad (29)$$

بمقارنة العلاقتين (٢٦) و (٢٩) نلاحظ أن طاقة أمواج السبن سواء كان تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي على النظام الفيزيائي المدروس باتجاه المحور (OZ) أو بعكس اتجاهه فان طاقة أمواج السبن (المغنون) تبقى بدون تغيير والسبب في ذلك يعود الى أن المواد الحديدية عكسية المغنطة تتألف ، من شبكتين بلوريتين جزئيتين متعاكستين من حيث اتجاه العزوم المغناطيسية الذاتية كما هو موضح بالشكل ( ١ ) فاذا كان اتجاه الحقل المغناطيسي الخارجي باتجاه المحور (OZ) في شبكة جزئية ما يكون بعكس اتجاه ذلك المحور في الشبكة الجزئية الأخرى ، نستنتج من هذا أن الحقل المغناطيسي يؤثر من ناحية شدة الحقل على طاقة انتشار أمواج السبن ولا يؤثر على الطاقة من ناحية الاتجاه ، لأن شدة الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر يؤدي لزيادة اضطراب العزوم المغناطيسية الذاتية وهو ما يساهم بزيادة طاقة النظام .

### الدراسة المقارنة :

سنورد بشكل سريع في هذه الفقرة نتائج بعض الدراسات لأموج السبن في المواد الحديدية عكسية المغنطة [١١،١٢] والتي استخدم فيها تحويلات خولشتاين - بريماكوف وتحويلات فورييه [١٣،١٤] والتي اعتبرت طريقة مركبة ومعقدة نوعا ما من الناحية الرياضية ولكن أعطت نتائج صحيحة و موثوقة فقد بينت تلك الدراسات أن طاقة المغنون في تلك البلورات تعطى بالعلاقة التالية:

$$E = \hbar\omega = 4JS |\sin ka|$$

وهي مطابقة للعلاقة (٢٧) التي حصلنا عليها باعتبار أن شدة الحقل المغناطيسي الخارجي المؤثر على البلورة معدوم غير أن تلك الدراسات لم تلاحظ تأثير حقل مغناطيس خارجي على طاقة النظام الفيزيائي المدروس لا من ناحية الاتجاه ولا من ناحية الشدة .

### الاستنتاجات:

نستنتج من هذه الدراسة أنه يمكن استخدام اقتراح لامور للتابع الموجي (2) لحساب القيمة الوسطى لهاملتوني ايزنك (1) مع الأخذ بعين الاعتبار طاقة زيمان والاستفادة من مؤثرات الرفع (الخلق) والخفض (الفناء) على التوالي:

$$\hat{S}^- = \hat{S}^x - i\hat{S}^y \quad \hat{S}^+ = \hat{S}^x + i\hat{S}^y$$

وعلاقتها التبادلية ، في حساب طاقة انتشار أمواج السبن (مغنونات) ومعرفة مدى تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي من ناحية الاتجاه والشدة على طاقة المغنونات وأنه في حالة عدم الأخذ بعين الاعتبار طاقة زيمان أو في حالة انعدام تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي على النظام المدروس فان النتائج تكون مطابقة وفق الدراسات التي تتبع استخدام تحويلات خولشتاين - بريماكوف وتحويلات فورييه.

**التوصيات:**

بما أن النتائج التي توصلنا إليها وفق اقتراح لارمور (Larmor Precession) لتابع موجي عند حساب طاقة المغنونات في المواد الحديدية عكسية المغنطة مطابقة لنتائج الكثير من الدراسات الأخرى نوصي بما يلي :

- ١- اتباع ذات الطريقة لدراسة بعض المؤثرات مثل تأثير أنيزوتروبية (تباين خواص) النظام المغناطيسي المدروس على طاقة المغنونات و دراسة تأثير حقل خارجي عمودي على العزوم المغناطيسية الذاتية.
- ٢- دراسة سلاسل ايزنغ ثلاثية المحاور .
- ٣- دراسة أمواج السبن وفق نموذج ايزنغ في المواد حديدية المغنطة .

**References(المراجع)**

- [1] LANDAU ,L,Q;LEVSHETSs, E,M. ,1989,*NON RELATIVITY THEORY ON QUANTOM MECHANICS.TOM 3,MOSCO*
- [2 ] KITTEL, Ch .2010,*INTRODUCTION TO SOLID STATE PHYSICS , seventh edition USA. John Wiley&SONS,inc*
- [3] DAVIDOV, A,C.1990,*QUANTUM MECHANICS ,Nauka, Moscow.*
- [4] ZIEAD ROUSTOM. 2024, *Calculating the mognon Energy in ferromagnetic materill with spin  $S=1/2$  in complex coordinate system.* Tisheen university journal for research of science –Folder46,N3 .
- [5 ] ZIEAD ROUSTOM.2024,*Wave function and dynamic equations to calculet spreading energy of the spin waves in ferromagnetics with spin  $S=3/2$  ,Tishren university journal of science . Folder45.N 5 .*
- [٦] MAROZOVA, M,A; Lopanov N,D, Matveev, O,V; Nikitov, S,A. 2023,*Spincurrent for tuning the band gaps of spin wave. J.Magn. Magn.Mater.588,171418.*
- [٧] KUMAR.P,K;..BARMAN ,PAL,A. 2024,*spin wave mode reversal and anisotropy in bicomponent magnonic crystal.phys.Rev.B.109,075407.*
- [٨] UTERMOHLER, F,T. 2020.*Spin wave theory using the Holstein-Primakoff transformation,MER,MOSCOW.*
- [٩] ZHANG, W,T;et al,2023.*spin waves in ferromagnetic topological metal . preri at <https://arxiv.org/abs/01457>.*
- [١٠] WINDSOR, Y,W ;et al. 2022,*Exchange scaling of ultrafast angular momentum transfer in 4f antiferromagnetis. Nat.Mater. 21,514-517 .*
- [١١] POELCHEN, G; et al, 2022. *Interlayer copling of two-dimensional kondo lattice with a ferromagnetic surface in the antiferromagnet  $CeCo_2P_2$ .*ACS Nano 16,3573-3581 .
- [١٢] PRABHHAKAR, F, A; DANIEL, D,D;STANCIL. D, A. (Springr 2021),*Spin Waves theory and Applications,USA.*
- [١٣] BrookES N.B; et al. 2020,*Spin waves in metallic iron and nickel measured bay soft X-ray resonant inelastic scatteri. Phys-Rev.064412.*

[١٤] KUMMER,K, K ; POELCHEN,D G. 2023 , *Spin wave excitations in CeCo<sub>2</sub>P<sub>2</sub> and LaCo<sub>2</sub>p<sub>2</sub>*.<https://doi.org/10.1515/ESRF-DC-1307993516>.