

الكثافة الوسطى الممكنة بين النيوكليونات داخل النوى

د. حسن اسماعيل *

د. هشام صقر **

تاريخ الإيداع ١٠/٦ / ٢٠٢٥ - تاريخ النشر ١/٧ / ٢٠٢٦

□ ملخص □

يعتبر عمر النصف لنواة مقياساً لاستقرارها، ويرتبط عمر النصف لنواة بعلاقة متزايدة مع طاقة الارتباط الوسطى للنواة والتي ترتبط بدورها بالنسبة $\frac{N}{Z}$ (عدد النيوترونات إلى عدد البروتونات) للنواة. ترتبط طاقة الارتباط الوسطى (\overline{BE}) لنواة بعلاقة عكسية مع المسافة الوسطى بين النيوكليونات وبالتالي مع الكثافة النيوكليونية الوسطى لهذه النواة حيث تنعدم طاقة الارتباط الوسطى عندما تكون المسافة الوسطى بين النيوكليونات أدنى من قيمة محددة \bar{r}_{\min} أو أعلى من قيمة محددة \bar{r}_{\max} .

ولقد تم في هذا العمل تحديد كل من هاتين القيمتين من أجل كل قيمة لـ Z ، كما تم تحديد القيمتين ($\bar{\rho}_{\max}$) ($\bar{\rho}_{\min}$) المقابلتين لهما على الترتيب وذلك في نطاق السعي لمعرفة شروط إنتاج النوى الصناعية. كلمات مفتاحية: طاقة الارتباط، الكثافة النيوكليونية، النوى الصناعية، المسافة الوسطى بين النيوكليونات.

* أستاذ مساعد-قسم الفيزياء-كلية العلوم-جامعة اللاذقية-اللاذقية-سورية

**مشرف على الأعمال-قسم الفيزياء-كلية العلوم-جامعة اللاذقية-اللاذقية-سورية

Possible Density between Nucleons within Nuclei

Dr.Hasan Ismail*
Dr. Hisham Saker**

(Received 6/10/2025.Accepted 7/1/2026)

□ABSTRACT □

The half-life of nucleus can considered as standard of its stability. The half-life correlates , by increasing relation, with the mean binding energy (\overline{BE}) , which correlates with the ratio $\frac{N}{Z}$ (number of neutrons to the number of protons) .The mean binding energy (\overline{BE}) of nucleus correlates also , by increase relation, with mean distances between nucleons and hence with mean nucleonic density of this nucleus, whereas the mean distance between nucleons smaller than determined minimum value of mean distance \bar{r}_{\min} or more than determined maximum value of mean distance \bar{r}_{\max} , and it has determined these two values for each value of Z, and also in this work, it were determined the two values $\bar{\rho}_{\min}$, $\bar{\rho}_{\max}$, that opposite them, respectively and that was as attempt to know the productions conditions Of artificial nuclei.

Key words:Binding energy, nucleonic density, artificial nuclei, mean distance between nucleons.

*Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Lattakia University, Lattakia, Syria,

**Supper visor ,Department of Physics, Faculty of Science, Lattakia University, Lattakia, Syria

مقدمة:

تم من أجل تحديد أبعاد النوى، إجراء الطريقة التجريبية التالية [١]:
 يتم قذف صفائح رقيقة من المواد المراد تحديد أبعاد نوى ذراتها، بجسيمات الفا ذات الطاقات المتزايدة، وتلقي المرتد منها وفق زاوية (٦٥ درجة) بناذة كاشف أشعة، فيظهر الخط البياني للعدد النسبي لجسيمات الفا المتشتتة بتابعية طاقة الفا، انسيابية في البداية، لكن مع تزايد طاقة ألفا وعند الوصول إلى قيمة محددة لهذه الطاقة يحصل انكسار لهذا الخط البياني، وقيمة الطاقة هذه (التي يتم عندها الانكسار) تقابل تغلب جسيمة الفا على طاقة التدافع الكهربائي الساكن بين بروتونيتها و بروتونات النواة الهدف المراد تحديد أبعادها [٢]، وتعطى علاقة التدافع الكهربائي هذه كما يلي [٣]:

$$U_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(Z-1)e^2}{R_{in}} \dots\dots\dots(1)$$

حيث Z هو العدد الذري للنواة الهدف و R نصف قطرها.
 وعند وضع U_c في العلاقة (١) مساوية لـ E_α (طاقة جسيمة الفا)، فإن قيمة R الموافقة هي مدى القوى النووية والتي تعتبر مساوية تقريباً لنصف قطر النواة الهدف [٤].
 تم بهذه الطريقة التجريبية الوصول إلى أن نصف قطر النواة يرتبط بعلاقة متزايدة مع عددها الكتلي A بحيث تعطى القيمة التقريبية لـ R بالعلاقة التالية [٥]:

$$R = 1.2 \times 10^{-15} A^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots(2)$$

ومن أجل إظهار تأثير الكثافة المتغيرة، تم استبدال A بـ A' حيث تساوي القيمة المجردة من الواحدة لكتلة النواة.

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية هذا البحث في كونه يحتوي على تعديل لعلاقة حساب نصف قطر النواة يسمح بأخذ الكثافة النيوكليونية الوسطى المتغيرة بعين الاعتبار، كما تم التوصل خلال هذا البحث إلى علاقات تسمح بحساب القيمة العظمى والقيمة الصغرى لكل من الكثافة والمسافة الوسطى بين النيوكليونات الممكنة من أجل كل قيمة لـ Z.
 - إستنتاج العلاقات الرياضية والنتائج المتعلقة بها بغية التوصل إلى شروط وجود النوى الطبيعية وكذلك شروط إنتاج النوى الصناعية وربط هذه الشروط بمتحولات النوى (طاقة الارتباط-طاقة الاقتران-الغلاف النيوتروني-الكثافة الوسطى للنيوكليونات-المسافة الوسطى بين النيوكليونات) التي يتم إنتاجها بغية التوصل إلى المعرفة المسبقة لخصائص النوى التي سيتم إنتاجها لاحقاً من أجل إنتاج نوى بالخصائص المطلوبة.
 - تحديد القيمة الوسطى الصغرى و العظمى للكثافة ($\bar{\rho}_{min}$ ، $\bar{\rho}_{max}$)، وكذلك تحديد القيمة الوسطى الصغرى و العظمى للمسافة بين النيوكليونات (\bar{r}_{min} ، \bar{r}_{max})، اعتماداً على القيمة الصغرى والقيمة العظمى لعدد النيوترونات N_{min} ، N_{max} لأخف وأثقل نظير طبيعي يمكن إنتاجها صناعياً لكل عنصر، أي من أجل كل قيمة لـ Z.

طرائق البحث ومواده:

قمنا في هذا البحث باستخدام بيانات: الكتل الذرية- أعمار النصف-نوعية التفكك (α - β - γ -SF)-نسبة التواجد لجميع نوى النظائر الطبيعية المتوفرة، والصناعية التي يتم إنتاجها من المرجع العالمي (Nuclear Wallet Cards)، وتم استخدام علاقات وطرائق حول حساب سماكة الغلاف النيوتروني المحيط بالنوى الثقيلة، التي هي

موضوع هذا البحث، من أحدث المراجع [٦ ، ١٣]، وجرى بعد ذلك معالجة البيانات و النتائج بطرائق رياضية و بيانية باستخدام تقنيات الحاسوب (برنامج Excel.Matlab)، إن استخدام برامج الحاسوب ساعد في الوصول إلى علاقات رياضية تمكنا من المعرفة المسبقة لبعض خصائص النوى.

تعديل علاقة نصف قطر النواة(العلاقة ٢):

ستتم مناقشة العلاقة (٢) كمايلي:

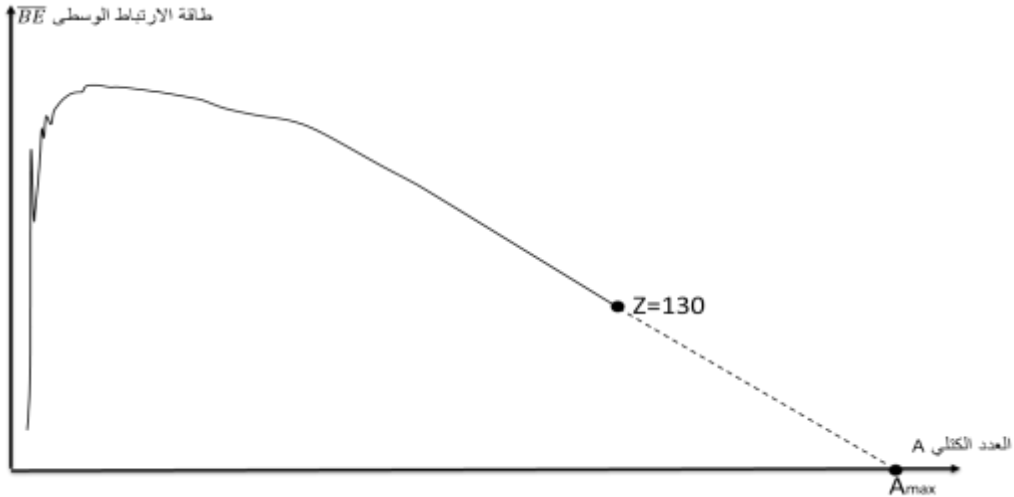
أولاً: لم تراعى في العلاقة (٢) القيمة الوسطى للكثافة النيوكليونية داخل النوى والتي تختلف من نواة لأخرى حيث تتعلق طاقة إرتباط النيوكليون (n.p) داخل النواة بالمسافة التي تفصله عن نيوكليونات جواره المباشر [٦].

ثانياً:تعطى طاقة الإرتباط الوسطى لنواة النظير (A_ZX) بالعلاقة التجريبية التالية [٧]:

$$\overline{BE} = \frac{1}{A} [Z(m_p + m_e) + N m_n - M({}^A_ZX)] 931.49 \dots\dots\dots (٣)$$

حيث m_p , m_e , m_n هي، على الترتيب، كتل: البروتون، الإلكترون، النيوترون، N عدد النيوترونات داخل نواة النظير (A_ZX) ، $M({}^A_ZX)$ هي الكتلة الذرية لهذا النظير.

ثالثاً: ترتبط طاقة الإرتباط الوسطى \overline{BE} لنواة مع عددها الكتلي A كما في الشكل (١) [٨]:



الشكل (١): علاقة طاقة الإرتباط الوسطى للنيوكليون داخل نواة بتابعية العدد الكتلي لهذه النواة (شكل تخطيطي لايحوي تدريجات للمحاور) ينتج عن اختلاف طاقة الإرتباط الوسطى للنيوكليون من نواة لأخرى كما في الشكل (١)، اختلاف المسافة الوسطى (\bar{r}) من نواة لأخرى [٦].

وبحسب العلاقة (٣) ترتبط \overline{BE} وبالتالي (\bar{r}) بكتلة النواة M' والتي يمكن اعتبارها معطاة بالعلاقة التالية:

$$M' = M({}^A_ZX) - Zm_e \dots\dots\dots (4)$$

وعند اعتبار \bar{m} هي الكتلة الوسطى للنيوكليون ($\bar{m} = \frac{M'}{A}$) فإنه يمكن كتابة العلاقة التالية:

$$M' = \bar{m} A \dots\dots\dots (٥)$$

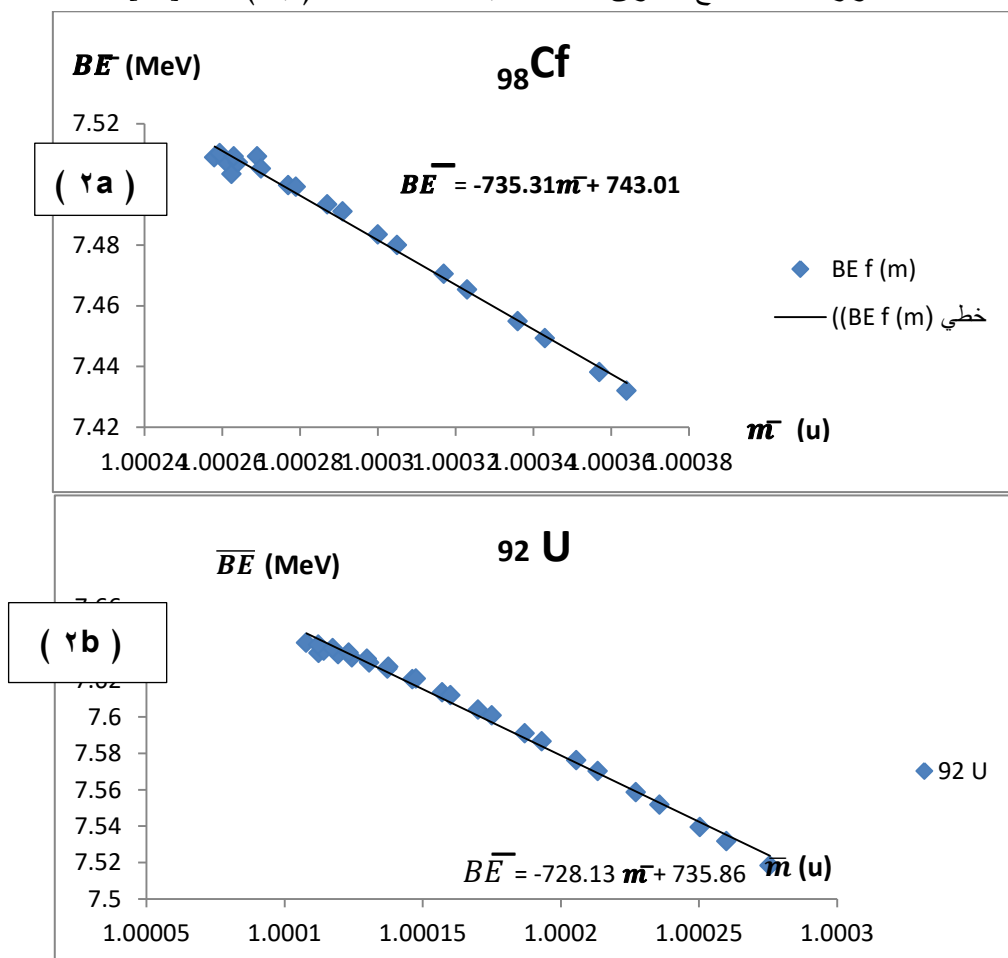
عند أخذ الكتلة M' لنواة بوحدة الـ U ، فإنها تختلف بالقيمة العددية قليلاً جداً عن العدد الكتلي A للنظير الذي تنتمي له هذه النواة [٩]، لذا تم في نطاق هذا العمل، ومن أجل مراعاة ارتباط كل من (\bar{r}) و (R) بـ $A' = M'$ اقتراح استبدال A بـ A' في العلاقة (٢) لتصبح كما يلي:

$$R = 1.2 \times 10^{-15} A'^{\frac{1}{3}} \dots \dots \dots (6)$$

طاقة الإرتباط الوسطى (\overline{BE}) والكتلة الوسطى (\bar{m}) للنيوكليون:

تم، من أجل دراسة علاقة الكتلة الوسطى للنيوكليون ضمن نواة بطاقة الإرتباط الوسطى لهذه النواة، رسم الخط البياني (\overline{BE}) بتابعية (\bar{m}) ، حيث تم حساب (\overline{BE}) باستخدام العلاقة (٣) وحسبت الكتلة الوسطى (\bar{m}) للنيوكليون باستخدام العلاقتين (٣) و (٤) وأما الرسم فقد تم باستخدام برنامج Excel.

ترتبط الكثافة الوسطى $(\bar{\rho})$ لنواة بالمسافة الوسطى بين النيوكليونات داخلها (\bar{r}) ، وفق علاقة متناقصة تتزايد إحدهما بتناقص الأخرى وترتبط الكثافة الوسطى $(\bar{\rho})$ لنواة بطاقة الإرتباط الوسطى (\overline{BE}) وفق علاقة متزايدة، (ضمن أبعاد النواة)، أي تتزايد إحدهما بتزايد الأخرى، عند رسم الخط البياني لطاقة الإرتباط الوسطى (\overline{BE}) بتابعية الكتلة الوسطى (\bar{m}) للنيوكليون من أجل نوى نظائر كل العناصر $92 \geq Z \geq 111$ ، فكما تظهر الخطوط البيانية في الشكلين (2a)، (2b)، والتي أدرجت كمثالين على ماسبق، مع العلم أنه تم رسم خطوط بيانية مماثلة لجميع العناصر $92 \geq Z \geq 111$ ، وترتبط \overline{BE} مع \bar{m} وفق علاقة خطية متناقصة ثابتها (ميلها) سالب [10].



الشكل (٢): تابعة متوسط طاقة ارتباط نظائر اليورانيوم لمتوسط الكتلة للنظائر

اعتماداً على ماسبق ترتبط \overline{BE} مع \overline{m} بثبات Z تقريباً وفق علاقة خطية ميلها سالب، وهذه العلاقة تأخذ الشكل العام التالي:

$$\overline{BE} = a\overline{m} + b \quad \dots\dots\dots(7)$$

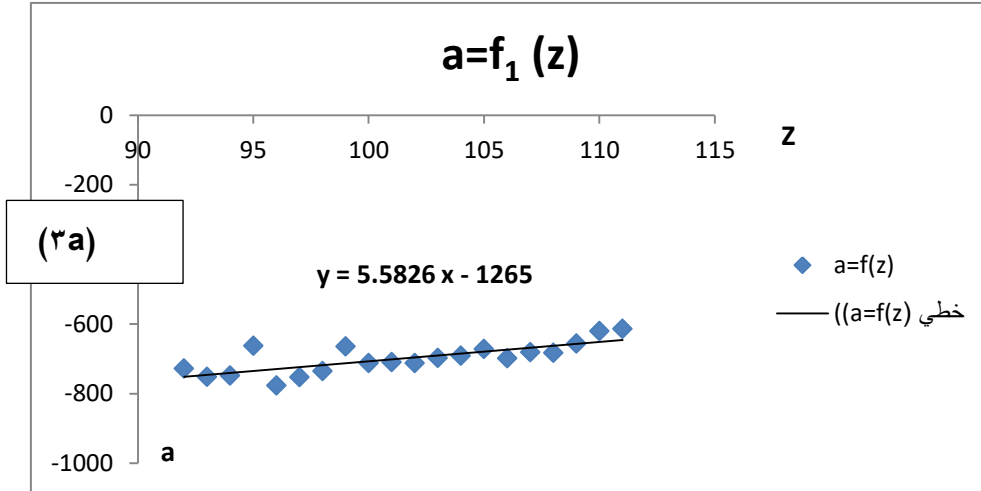
حيث تأخذ (a) قيمة سالبة وتأخذ (b) قيمة موجبة، من أجل جميع العناصر $111 \geq Z \geq 92$ ، تختلف قيمتهما باختلاف (Z) وبالتالي فإن كل منهما تابعة لـ (Z). تم باستخدام برنامج Excel كتابة معادلة مشابهة للمعادلة (7) من أجل كل من هذه العناصر، وعندها تم تحديد الثابتين a و b لكل من هذه العناصر، ووجد أن قيمة كل منهما تختلف من عنصر لآخر ويظهر الجدول (1) قيم a و b لجميع العناصر $111 \geq Z \geq 92$.

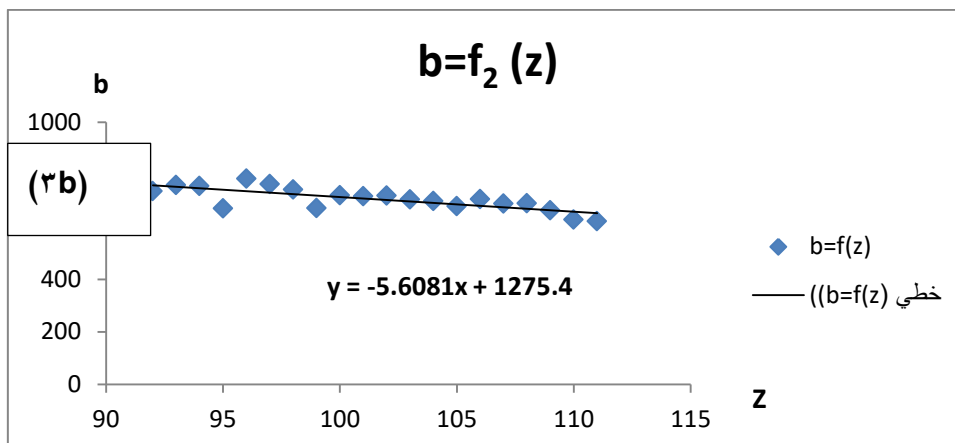
الجدول (1): قيم a و b لجميع العناصر $111 \geq Z \geq 92$.

العنصر	^{92}U	^{93}Np	^{94}Pu	^{95}Am	^{96}Cm	^{97}Bk	^{98}Cf	^{99}Es	^{100}Fm	^{101}Md
a	-728.13	-751.94	-748.68	-662.36	-776.72	-752.63	-735.31	-664.31	-712.33	-709.61
b	735.86	759.66	756.40	669.91	784.44	763.24	743.01	671.98	720.02	717.29
العنصر	^{102}No	^{103}Lr	^{104}Rf	^{105}Db	^{106}Sg	^{107}Bh	^{108}Hs	^{109}Mt	^{110}Ds	^{111}Rg
a	-712.09	-697.54	-691.30	-671.61	-698.66	-680.94	-682.58	-655.88	-620.43	-614.03
b	719.77	705.20	698.95	679.25	706.31	688.57	690.21	663.50	628.01	621.61

النتائج والمناقشة:

من أجل الحصول على علاقة عامة تربط \overline{BE} بـ \overline{m} من أجل جميع العناصر $111 \geq Z \geq 92$ ، فقد تم باستخدام برنامج Excel تمثيل كل من a و b بيانياً بتابعية Z لهذه العناصر فكانت كما في الشكل (3a)، (3b):





الشكل (٣): التمثيل البياني لكل من الثابتين a و b المدرجتين في الجدول (١) بتابعة Z.

وقد تم أيضاً باستخدام برنامج Excel استنتاج العلاقتين اللتين تربطان كل من الثابتين a و b بـ Z فكانتا

كمايلي:

$$a = 5.5826 Z - 1265 \quad \dots\dots\dots (٨)$$

$$b = -5.6081 Z + 1275.4 \quad \dots\dots\dots (٩)$$

وبتبديل كل من a و b بقيمتيهما من (٨) و (٩)، على الترتيب، في (٧) تم الحصول على العلاقة العامة التي تربط \overline{BE} بـ \overline{m} للعناصر $92 \leq Z \leq 111$ فكانت كمايلي:

$$\overline{BE} = f_1(Z)\overline{m} + f_2(Z) = (5.5826 Z - 1265) \overline{m} + (-5.6081 Z + 1275.4) \quad \dots\dots\dots (10)$$

يمكن من العلاقة (١٠) كتابة \overline{m} بتابعة \overline{BE} كمايلي:

$$\overline{m} = \frac{\overline{BE} - f_2(Z)}{f_1(Z)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

تعطى الكثافة النيوكليونية الوسطى (عدد النيوكليونات في وحدة الحجم) في نواة النظير ($\frac{A}{Z}X$) بالعلاقة

التالية [١٠]:

$$\overline{\rho} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad \dots\dots\dots (12)$$

بتبديل R بقيمتها من العلاقة (٦) في العلاقة (١٢) ينتج:

$$\overline{\rho} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi \left(1.2 \times 10^{-15} A^{\frac{1}{3}}\right)^3} = \frac{A}{A'} 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{m^3}$$

$$\overline{\rho} = \frac{A}{A'} 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{m^3} \quad \dots\dots\dots (13)$$

وبتبديل A' بقيمتها من العلاقة (٥) في العلاقة (١٣) ينتج:

$$\overline{\rho} = \frac{A}{A\overline{m}} 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{m^3}$$

$$\overline{\rho} = (\overline{m})^{-1} 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{m^3} \quad \dots\dots\dots (14)$$

وبتبديل (\overline{m}) بقيمتها من العلاقة (١١) في العلاقة (١٤) ينتج:

$$\bar{\rho} = \left(\frac{f_1(Z)}{BE - f_2(Z)} \right) 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{m^3} \dots \dots \dots (15)$$

يمكن من أجل كل عنصر يقع العدد الذري لنواته ضمن المجال $111 \geq Z \geq 92$ إيجاد حدي المجال $[\bar{\rho}_{\min}, \bar{\rho}_{\max}]$ والذي لا يمكن إنتاج نظائر بكثافة وسطى واقعة خارجه، وذلك بتبديل Z بالقيمة المعينة ووضع $BE = 0$ في العلاقة (15) فينتج قيمتان لكثافة النيوكليونات الوسطية $\bar{\rho}$: $\bar{\rho}_{\min}, \bar{\rho}_{\max}$ وبحساب المسافة الوسطى \bar{r} المقابلة لكل منهما باستخدام العلاقة التالية:

$$\bar{r} = \frac{1}{\sqrt[3]{\bar{\rho}}} \dots \dots \dots (16)$$

حيث عن طريق تبديل $\bar{\rho}$ بـ $\bar{\rho}_{\max}$ ثم بـ $\bar{\rho}_{\min}$ فإنه يمكن، على الترتيب الحصول، على كل من $\bar{r}_{\min}, \bar{r}_{\max}$ المقابلتين وتحميلهما بيانياً على الخط البياني ل يتم بذلك تحديد المسافة العظمى والمسافة بين النيوكليونات من أجل كل قيمة لـ Z . وتشير الحسابات باستخدام العلاقتين (15) و (16) إلى اختلاف قيم \bar{r}_{\max} و \bar{r}_{\min} وبالتالي $\bar{\rho}_{\min}$ وبالتالي \bar{r}_{\max} من عنصر لآخر (مع اختلاف قيم Z) بحيث يمكن في المحصلة تحديد القيمتين

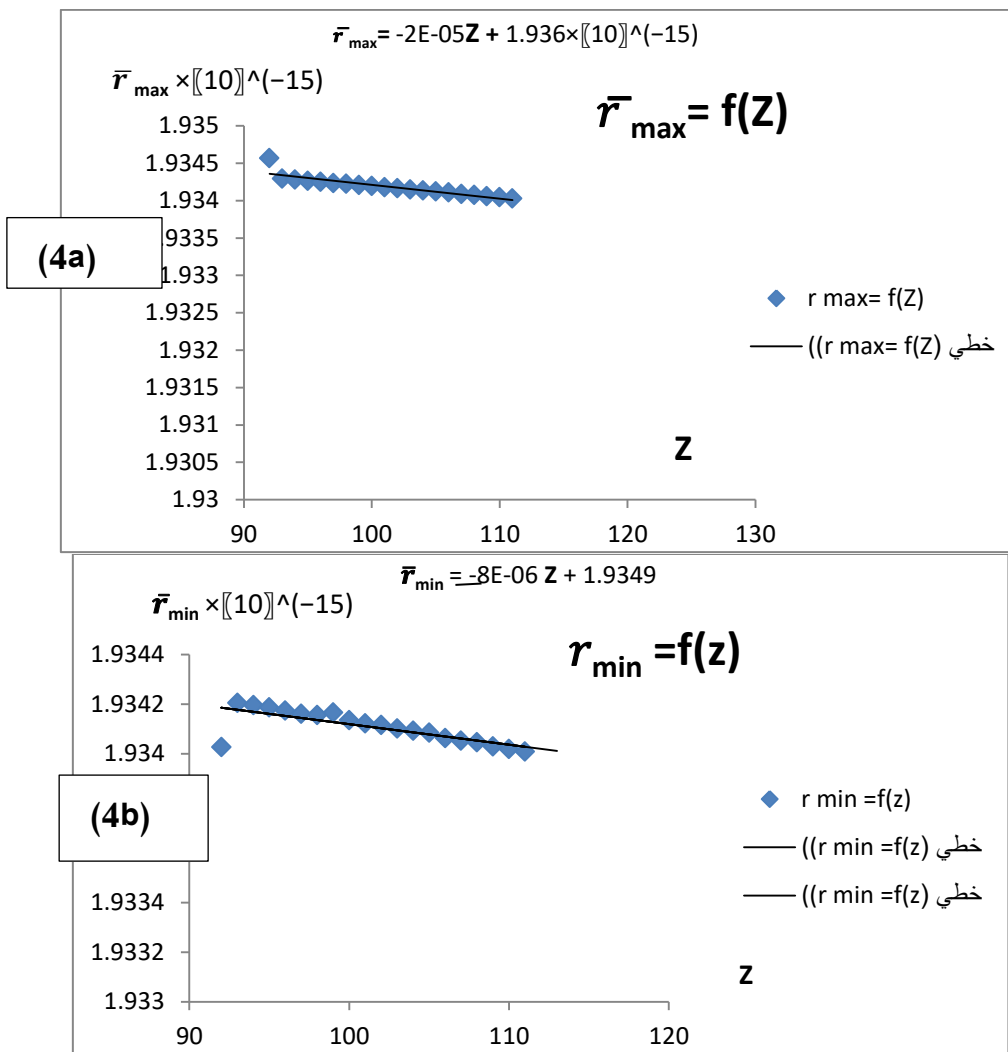
$\bar{r}_{\min}, \bar{r}_{\max}$ لكل من العناصر $111 \geq Z \geq 92$ الواردة في الجدول (2) :

الجدول (2): القيمة العظمى والصغرى للمكثان للمسافة الوسطى بين النيوكليونات من أجل كل قيمة لـ Z .

العنصر	${}_{92}\text{U}$	${}_{93}\text{Np}$	${}_{94}\text{Pu}$	${}_{95}\text{Am}$	${}_{96}\text{Cm}$	${}_{97}\text{Bk}$	${}_{98}\text{Cf}$	${}_{99}\text{Es}$	${}_{100}\text{Fm}$	${}_{101}\text{Md}$
$\bar{r}_{\max}/10^{-15}\text{m}$	1.93456 8	1.9342 93	1.9342 80	1.9342 63	1.9342 52	1.9342 35	1.9342 24	1.9342 07	1.9341 94	1.9341 77
$\bar{r}_{\min}/10^{-15}\text{m}$	1.93402 7	1.9342 04	1.9341 96	1.9341 87	1.9341 73	1.9341 60	1.9341 55	1.9341 66	1.9341 35	1.9341 22
العنصر	${}_{102}\text{No}$	${}_{103}\text{Lr}$	${}_{104}\text{Rf}$	${}_{105}\text{Db}$	${}_{106}\text{Sg}$	${}_{107}\text{Bh}$	${}_{108}\text{Hs}$	${}_{109}\text{Mt}$	${}_{110}\text{Ds}$	${}_{111}\text{Rg}$
$\bar{r}_{\max}/10^{-15}\text{m}$	1.93416 5	1.9341 47	1.9341 36	1.9341 20	1.9341 07	1.9340 89	1.9340 76	1.9340 59	1.9340 44	1.9340 27
$\bar{r}_{\min}/10^{-15}\text{m}$	1.93411 6	1.9341 01	1.9340 92	1.9340 84	1.9340 63	1.9340 52	1.9340 46	1.9340 29	1.9340 18	1.9340 08

يظهر الشكلان (a) ، (b) التمثيل البياني لكل من $\bar{r}_{\min}, \bar{r}_{\max}$ ، على الترتيب، بتابعة Z مما يسمح بالحصول على علاقتين

عامتين لكل من $\bar{r}_{\min}, \bar{r}_{\max}$ بتابعة Z بالشكل التالي:



الشكل (4): التمثيل البياني لكل من \bar{r}_{max}/m ، \bar{r}_{min}/m المدرجتين في الجدول (٢) بتابعة Z .

$$\bar{r}_{min} = -8E-06Z + 1.9349 \times [10]^{(-15)} \dots \dots \dots (17)$$

$$\bar{r}_{max} = -2E-05Z + 1.936 \times [10]^{(-15)} \dots \dots \dots (18)$$

ويمكن باستخدام العلاقة (١٦) إيجاد علاقتين عامتين لـ $[\bar{\rho}_{min} , \bar{\rho}_{max}]$ بتابعة Z :

$$\bar{\rho}_{min} = \frac{1}{\sqrt[3]{\bar{r}_{max}}} \dots \dots \dots (19)$$

$$\bar{\rho}_{max} = \frac{1}{\sqrt[3]{\bar{r}_{min}}} \dots \dots \dots (20)$$

يظهر الجدول (٢) أنه في المجال $[\bar{r}_{min} , \bar{r}_{max}]$ تتناقص المسافة بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى مع زيادة Z وكذلك في المجال $[\bar{\rho}_{min} , \bar{\rho}_{max}]$ تتناقص الكثافة بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى مع زيادة Z .

و بما أن (\overline{BE}) ترتبط بعلاقة عكسية مع (\bar{m}) فإن الكثافة $(\bar{\rho})$ ترتبط بعلاقة عكسية مع الكتلة أي:

$$\bar{\rho} = \bar{m}^{-1} = \frac{1}{\bar{m}} \rightarrow \bar{m} \sim \bar{r}$$

$$\bar{r} M = A \bar{m}$$

وبالتالي يرتبط نصف قطر النواة مع كتلة النواة $M = A \bar{m}$ ، ويمكن بالتالي إظهار دور M في تحديد قيمة كل من \bar{r} ، R ، في الحسابات اللاحقة.

$$R = 1.2 \times 10^{-15} A^{\frac{1}{3}} \dots \dots \dots (21)$$

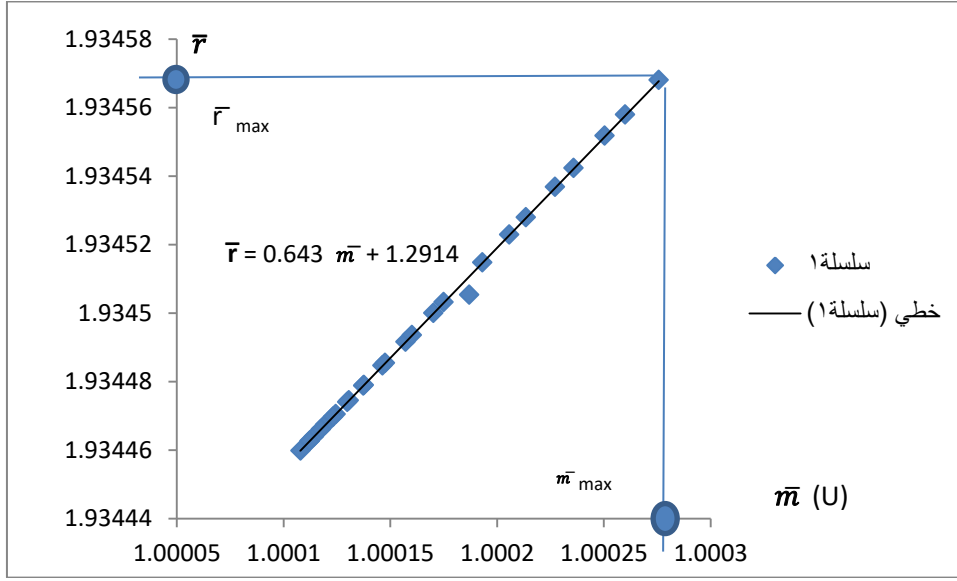
$$\bar{\rho} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi \left(1.2 \times 10^{-15} A'^{\frac{1}{3}}\right)^3} = \frac{A}{A'} 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{m^3}$$

$$\bar{r} = \frac{1}{\sqrt[3]{\bar{\rho}}} \times \left[\frac{A'}{A}\right]^{\frac{1}{3}} = 1.934390345 \times 10^{-15} \left[\frac{A'}{A}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow A' = 235 + \frac{40.921}{931.49} \rightarrow \bar{r} = 1.934390345 \times 10^{-15} \left[\frac{A'}{235}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$\bar{r} = 1.934510875 \times 10^{-15} \text{ m}$$

وسنرى أنه مع زيادة A' سيزداد \bar{r} ويمكن بالتالي رسم خط بياني لـ: $\bar{r} = f(\bar{m})$ وسنرى أن هناك علاقة خطية ميلها موجب، كما يوضح الشكل (٥).



الشكل (5): علاقة المسافة الوسطى بين النيوكليونات بتابعة الكتلة الوسطى (${}^{92}\text{U}$)

نحدد \bar{m} التي من أجلها $\overline{BE} = 0$ ، ونحدد \bar{r} الموافقة فنكون هي \bar{r} المطلوبة. عندما تنقص \overline{BE} عن حد معين أي عندما تتجاوز \bar{r} قيمة معينة فإن \bar{m} موافقة لـ $\overline{BE} = 0$ ، ونحسب \bar{r}_{\max} الممكنة وبالتالي عدد النيوترونات الأعظمي في النواة N_{\max} .

نستنتج من معادلة الخط البياني أن:

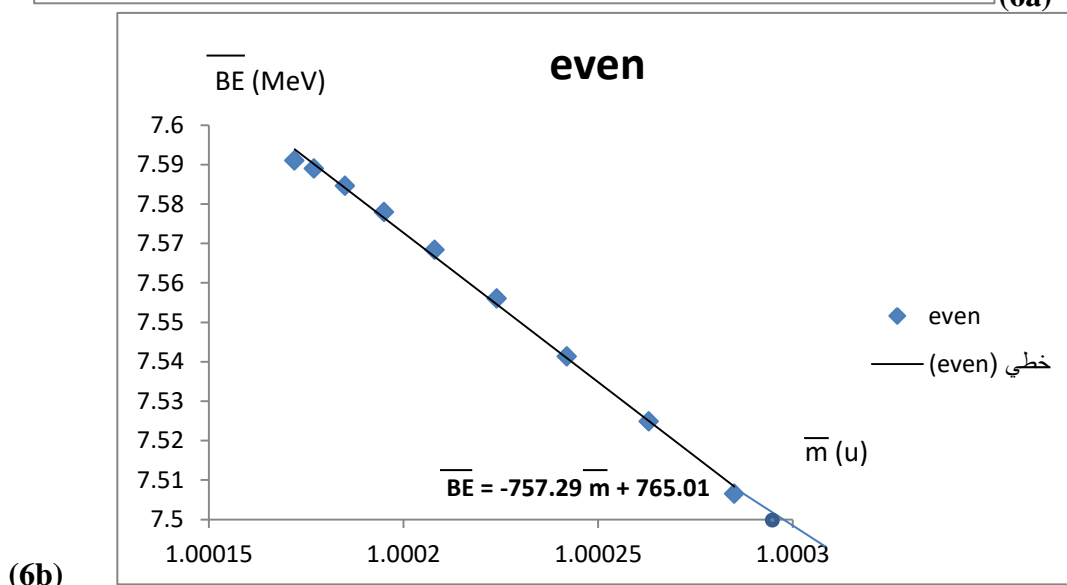
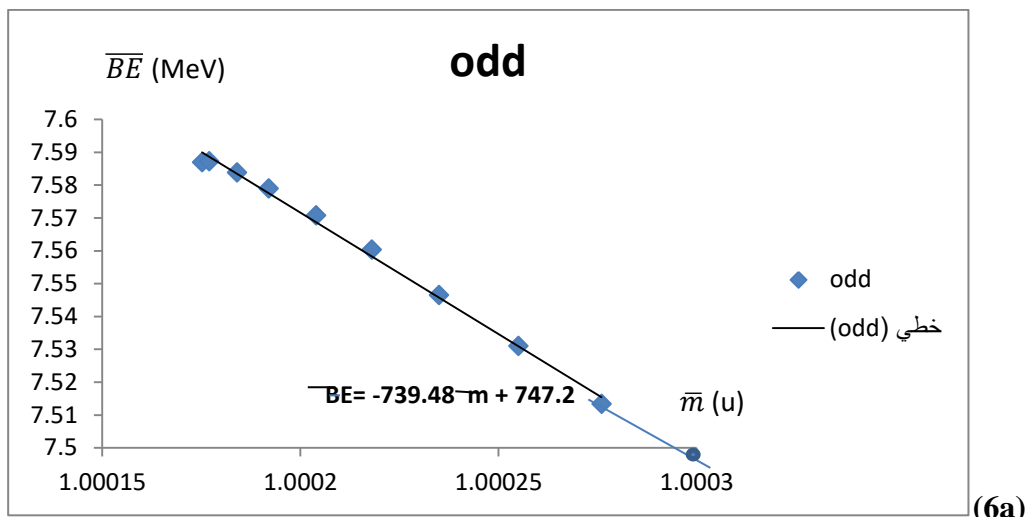
$$\overline{BE} = -728.13 \bar{m} + 735.86$$

$$\overline{BE} = 0 \text{ من أجل: } \bar{m} = \frac{735.86}{728.13} = 1.0106 \text{ u}$$

$$\text{وبالتالي: } \bar{r} = 1.95456637 \text{ m}$$

نحسب \bar{r}_{\max} فنجد أنها تساوي: $\bar{r}_{\max} = 1.934567 \text{ m}$ وبالتالي: $N_{\max} = 151$

بفرض أخذنا عنصر ما وليكن ${}^{228}_{94}\text{Pu}$ نرسم الخط البياني $\overline{BE} = f(\bar{m})$:



الشكل (6): يمثل علاقة طاقة الإرتباط الوسطى بتابعة الكتلة الوسطى ^{94}Pu

نستنتج من المخطط البياني في الشكل (6-a,b) أن :

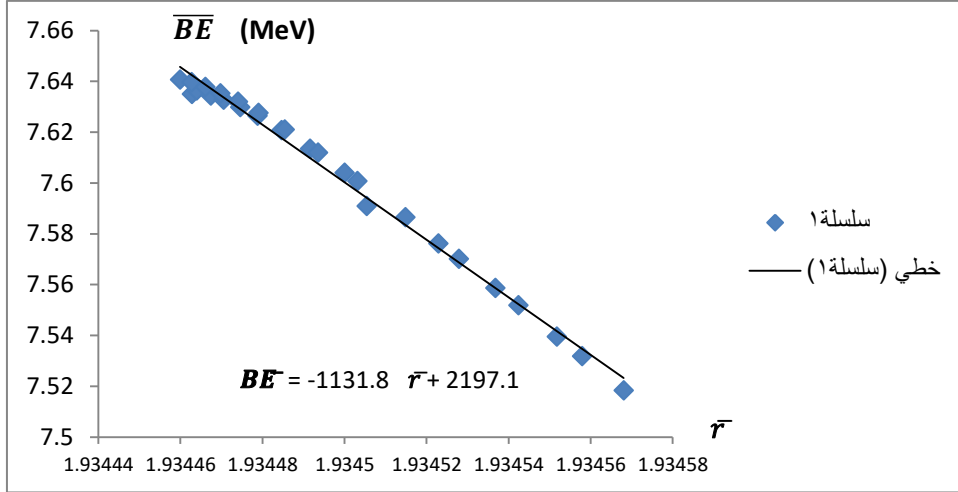
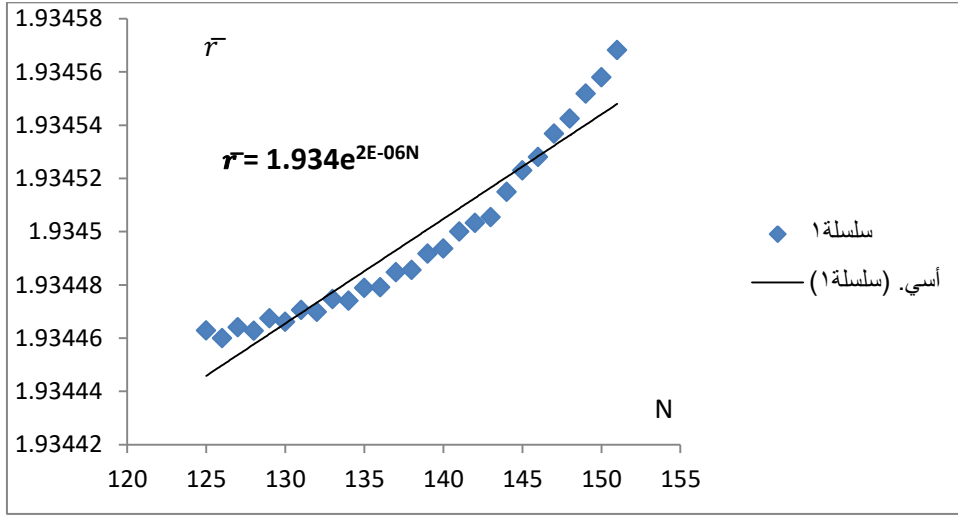
قيمة $\overline{m}_{\max} = 1.000300$ u ويقابلها $N_{\max} = 103$ للنوى الفردية (odd)

وقيمة $\overline{m}_{\max} = 1.000295$ u ويقابلها $N_{\max} = 104$ للنوى الزوجية (even)

$$Z = 94 \quad \overline{r} = 1.9349 \times 10^{-10} \left[\frac{A}{A} \right]^{\frac{1}{3}}$$

يوضح الشكل (٧) شكل الرسم البياني للعلاقة $\overline{BE} = f(\overline{r})$ ، والشكل (٨) شكل الرسم البياني للعلاقة

$$\overline{r} = f(N)$$

الشكل (٧): تغيرات متوسط طاقة الارتباط (\overline{BE}) عند تغير متوسط المسافة الوسطى بين النيوكليونات (\bar{r})الشكل (٨): تغيرات متوسط المسافة الوسطى بين النيوكليونات (\bar{r}) عند تغير عدد النيوترونات (N)مثال: 92^U

$${}_{92}^{217}\text{U} \rightarrow \overline{BE} = 1/217[Z(m_p + m_e) + Nm_n - M]931.49 = 7.635014315 \text{ MeV}$$

$$R = 1.2 \times 10^{-15} A'^{\frac{1}{3}} ; A' = M(\text{كعدد})$$

فيكون عدد النيوكليونات في وحدة الحجم:

$$\bar{\rho} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi \left(1.2 \times 10^{-15} A'^{\frac{1}{3}}\right)^3} = \frac{A}{A'} 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{m^3}$$

والمسافة الوسطى بين النيوكليونات:

$$\bar{r} = \frac{1}{\sqrt[3]{\bar{\rho}}} \times \left[\frac{A'}{A}\right]^{\frac{1}{3}} = 1.934390345 \times 10^{-15} \left[\frac{A'}{A}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$\bar{R} = 7.211364057 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\bar{r} = 1.934462786 \times 10^{-15} \text{ m}$$

فيكون عدد النيوكليونات وفق خط نصف القطر (من المركز حتى السطح): $\eta = \frac{R}{\bar{r}} \sim 4$ نستنتج $\overline{BE} = f(\bar{r})$ من الخط البياني [6] $92^U \{ \text{even} N_0 = 94, \text{odd} N_0 = 84 \}$

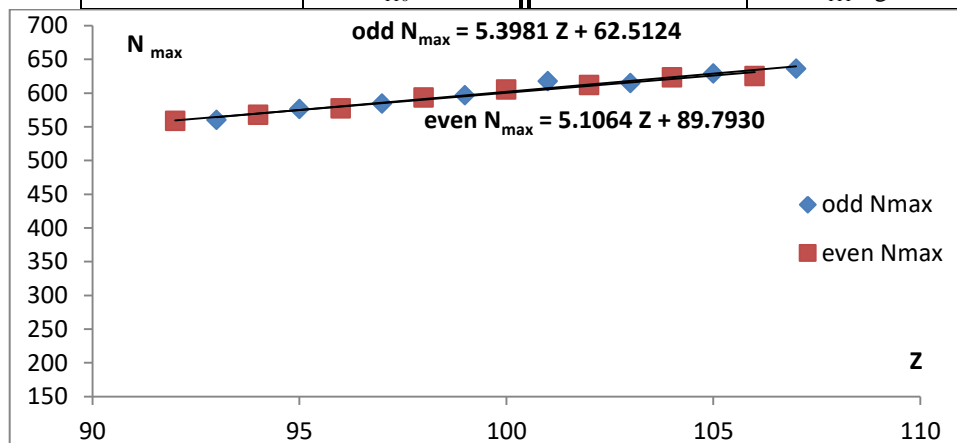
يمكن القول: إن تناقص N عن حد معين حتى قبل الوصول إلى N_0 ، وكذلك قبل الوصول إلى $r_0 = 0.5 \times 10^{-15} \text{ m}$ فإن طاقة الارتباط تتناقص، وعندما تصبح المسافة r_0 أدنى من $0.5 \times 10^{-15} \text{ m}$ فإن طاقة التأثير المتبادل بينهما تتحول إلى طاقة تدافع، حيث نكون قد أصبحنا في الميل الأيسر من المنحني البياني الذي يربط \overline{BE} مع \bar{r} كما في الشكل (٨).

$$\overline{BE} = f_Z(N)$$

نسنتج المعادلة $N = N_{max}$ من المقالات السابقة [11] وتحديدًا الجدول (٣) والشكل (٩) كما وردت في هذا المرجع كمايلي:

الجدول (٣): القيمة العظمى لعدد النيوترونات N_{max} التي يمكن لكل عنصر الاحتفاظ بها

N_{max}	العنصر	N_{max}	العنصر
605	$_{100}\text{Fm}$	559	$_{92}\text{U}$
618	$_{101}\text{Md}$	560	$_{93}\text{Np}$
612	$_{102}\text{No}$	568	$_{94}\text{Pu}$
615	$_{103}\text{Lr}$	567	$_{95}\text{Am}$
623	$_{104}\text{Rf}$	577	$_{96}\text{Cm}$
629	$_{105}\text{Db}$	584	$_{97}\text{Bk}$
625	$_{106}\text{Sg}$	593	$_{98}\text{Cf}$
636	$_{107}\text{Bh}$	597	$_{99}\text{Es}$
637	$_{108}\text{Hs}$	643	$_{109}\text{Mt}$
659	$_{110}\text{Ds}$	669	$_{111}\text{Rg}$



الشكل (٩): يمثل قيمة N_{max} التي تنعدم عندها \overline{BE}_n لكل من العناصر $92 \leq Z \leq 111$ بتابعية العدد الذري Z لهذه العناصر

وبالتالي :

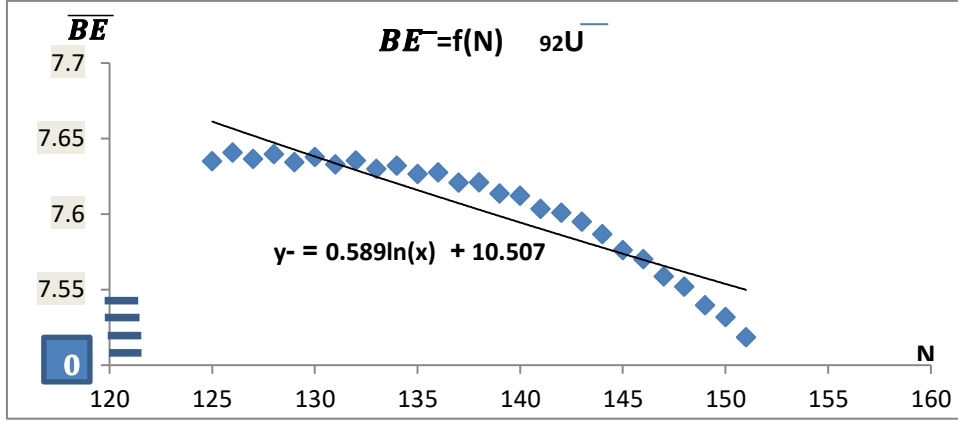
$$N = N_{max} \quad \longrightarrow \quad \overline{BE} = 0$$

$$N = N_{min} \quad \longrightarrow \quad \overline{BE} = 0$$

$$Q_n = f(N_{max}) = 0 \quad \longrightarrow \quad \bar{r} \geq 10^{-14} \text{ fm}$$

$$Q_p = f(N_{min}) = 0 \quad \longrightarrow \quad \bar{r} \leq 5 \text{ fm}$$

قبل أن تصل \overline{BE} إلى الصفر تكون Q_n قد وصلت إلى الصفر من الأعلى و Q_p من الأدنى



الشكل (10): تغيرات متوسط طاقة الإرتباط (\overline{BE}) بدلالة عدد النيوترونات (N)

يمكن من الخط البياني في الشكل (10) استنتاج المعادلة $\overline{BE} = f(N)$ ويتم حساب قيمة N الموافقة

$$\overline{BE} = 0$$

وذلك بعد تمديد الخط البياني ليتقاطع مع محور N وباعتبار تدرج المحور \overline{BE} تبدأ من الصفر

وبالتالي نقطة تقاطع التمديد تكون عند: $N = 468$

فتكون N هذه هي N_{max} (أعلى قيمة يمكن إنتاج نظير لها من أجل هذا النظير) [11,12,13].

$$R = 1.2 \times 10^{-15} A^{\frac{1}{3}}$$

$$\bar{\rho} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi \left(1.2 \times 10^{-15} A^{\frac{1}{3}}\right)^3} = 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{\text{m}^3}$$

$$\bar{r} = \frac{1}{\sqrt[3]{\bar{\rho}}} = 1.934390345 \times 10^{-15} \text{ m}$$

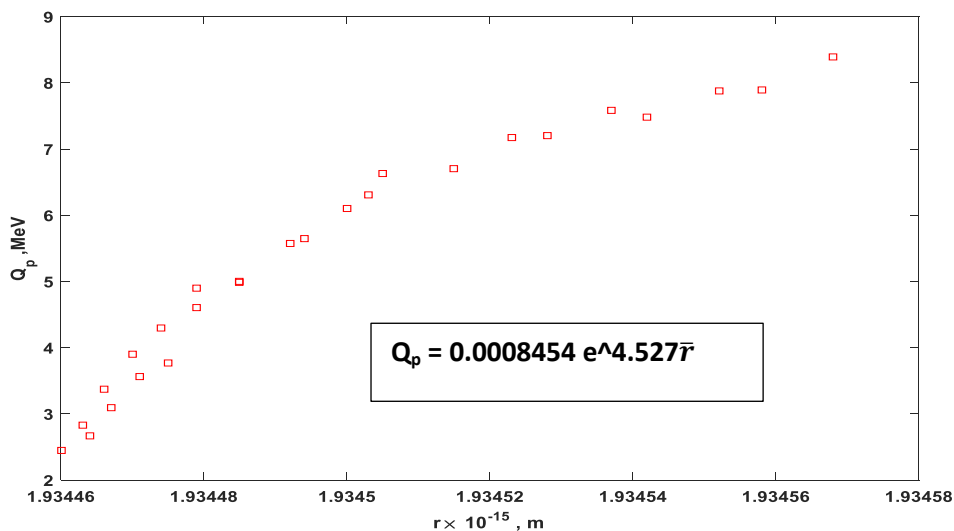
لا يمكن أن تكون النوى ذات كثافة ثابتة كما تعطي العلاقات أعلاه، نستبدل A بـ A' في العلاقة (6)

حيث

(كعدد) $A' = M'$ بشرط أن تقاس بالـ U حيث M' هي كتلة النواة ($-Zm_e$ الكتلة الذرية = M')

يوضح الشكل (11) الرسم البياني للعلاقة: $Q_p = f(\bar{r})$ ونحدد قيم \bar{r} التي تكون من أجلها:

$$Q_p = 0 \quad (\text{طاقة اقتلاع البروتون})$$

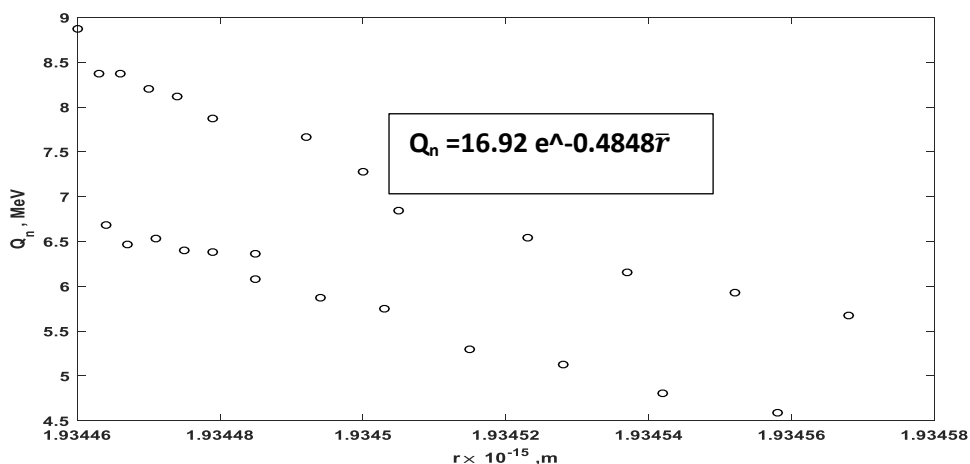


الشكل (١١): تغيرات طاقة اقتلاع البروتون بدلالة متوسط المسافة الوسطى العظمى بين النيوكليونات (\bar{r})

نستنتج من معادلة الخط البياني ($Q_p = 0.0008454 e^{4.527\bar{r}}$)، في الشكل (١١) أن:

$$\bar{r} = 0.0312190766 \times 10^{-15} \text{ m} \text{ وتكون: } Q_p = 0$$

ورسم أيضاً $Q_n = f(\bar{r})$ كما في الشكل (١٢)، ونحدد قيم \bar{r} التي تكون عند $Q_n = 0$ (طاقة اقتلاع النيوترون)

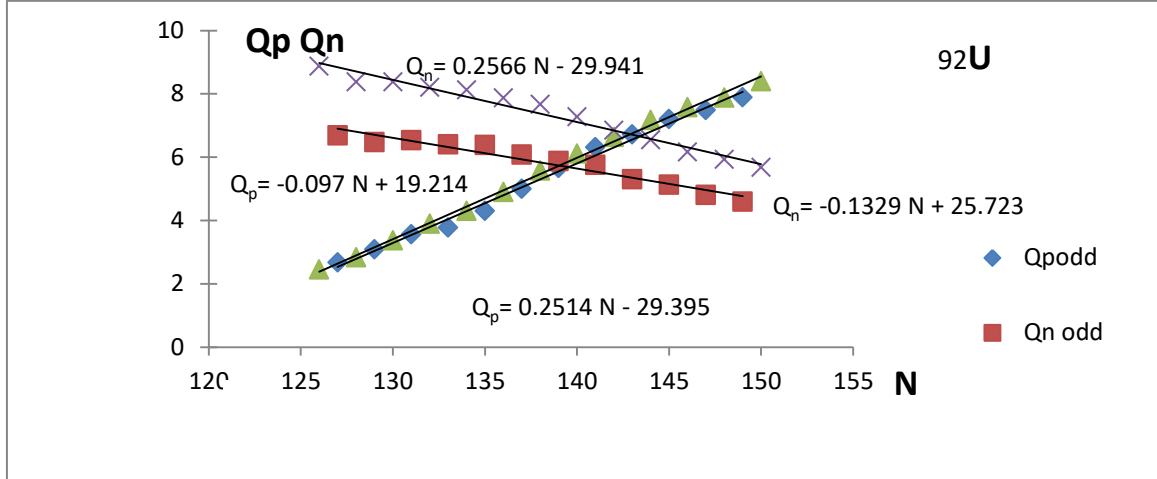


الشكل (١٢): تغيرات طاقة اقتلاع النيوترون بدلالة متوسط المسافة الوسطى العظمى بين النيوكليونات (\bar{r})

نستنتج من معادلة الخط البياني: ($Q_n = 16.92 e^{-0.4848\bar{r}}$) في الشكل (١٢):

$$\bar{r} = 5.83435716 \times 10^{-15} \text{ m} \text{ ثم إن: } Q_n = 0$$

كما تم باستخدام برنامج Excel استنتاج المعادلات الموافقة لكل من الخطوط البيانية الأربعة لعنصر اليورانيوم ^{92}U ، حيث ترتبط كل من Q_p ، Q_n مع N ، بحسب الشكل (١٣) بمعادلات خطية تم استنتاجها لتحديد قيمة N التي تتعد من أجلها Q_p وقيمة N التي تتعد من أجلها Q_n لكل نظير لليورانيوم. بينما تم رسم الخطوط البيانية في الأشكال (١١) و(١٢) باستخدام برنامج Matlab

الشكل (13): تغيرات طاقة اقتلاع البروتون و النيوترون بدلالة عدد النيوترونات (N) لنظائر ^{92}U

أهم النتائج:

- تم في هذا العمل إيجاد علاقات تربط كل من المسافة الوسطى العظمى و المسافة الوسطى الصغرى ومايقابلها من الكثافة الوسطى الصغرى و العظمى، على الترتيب، بالعدد الذري Z ضمن المجال $111 \geq Z \geq 92$.
- تم إثبات أن \bar{r}_{\min} ، \bar{r}_{\max} ومايقابلها من $\bar{\rho}_{\min}$ ، $\bar{\rho}_{\max}$ على الترتيب، تختلفان باختلاف Z وتتناقص كل من القيمتان ($\bar{r}_{\max} - \bar{r}_{\min}$) ، ($\bar{\rho}_{\max} - \bar{\rho}_{\min}$) مع زيادة Z ضمن المجال $111 \geq Z \geq 92$.
- ينعدم متوسط طاقة الإرتباط (\overline{BE}) لنواة نظير عندما تقع كل من $\bar{\rho}$ ، \bar{r} خارج كل من $[\bar{r}_{\min} , \bar{r}_{\max}]$ ، $[\bar{\rho}_{\min} , \bar{\rho}_{\max}]$ على الترتيب، ويكون بذلك قد تم التحقق من المسافة التي يمكن أن يهتز بها النيوكليون التي تتناقص مع زيادة Z .
- يتضمن الجدول (٤) مقارنة بين النتائج التي توصلنا إليها في هذا البحث بالنسبة لنظائر عنصر اليورانيوم ^{92}U ونظائر عنصر الإينستينيوم ^{99}Es مع الأبحاث الأخرى [١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧]

الجدول (٤):

نتائج الأبحاث السابقة	نتائج البحث
$(^{92}\text{U}) \quad \overline{BE}_n = 7.59 \text{ Mev} \quad [17]$	$(^{92}\text{U}) \quad \overline{BE}_n = 9.6162 \text{ Mev}$
$N_{\max} = 258 \quad [15]$ (^{92}U)	$N_{\max} = 636$ (^{92}U)
$N_{\min} = 129 \quad [13]$ (^{92}U)	$N_{\min} = 116$ (^{92}U)
even $N_{\max} = 158$ odd $N_{\max} = 157 \quad [16]$ (^{99}Es)	even $N_{\max} = 190$ odd $N_{\max} = 187$ (^{99}Es)
$\bar{\rho} = 1.374118772 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{\text{m}^3}$ [14]	$\bar{\rho} = 1.38155 \times 10^{44} \frac{\text{Nucleon}}{\text{m}^3}$

التوصيات:

ينصح بمتابعة هذا العمل للتحقق من صحة هذه العلاقات بالنسبة لقيم Z الأدنى من $Z=92$.
وبما أن \overline{BE} هي متوسط طاقة الارتباط فإن طاقة ارتباط النيوكليون على سطح النواة تكون أدنى وتتعدم النيوكليونات على السطح قبل انعدام \overline{BE} ، ومراعاة لذلك ومن أجل الحصول على نتائج أكثر دقة، نقترح إجراء الدراسة السابقة باستخدام طاقات الاقتلاع، لأن الاقتلاع يطال النيوكليون السطحي في حال كان نيوترون أو الأقرب إلى السطح في حال كان بروتون (بسبب وجود الغلاف النيوتروني المحيط بالنوى موضوع هذا العمل) وبالتالي تتعدم طاقة ارتباطه عند انعدام طاقة اقتلاعه.

المراجع:

- [1]-IRVING KAPLAN –*Nuclear Physics-SE, Department of nuclear engineering- Massachusetts institute of technology (NAROSA puplishing house, (1994).*
[2]-FRANK.J-BLATT.Modern physics,(Mc Graw-Hill international edition , physics series),(1992).
[3]-B.M.JAWORSKIN,A.A.DETLAF.Taschenbuch der physic Akademie-Verlag Berlin(1985).
[4]-N.I.KOSCHKIN, M.G.SCHIRKEWITSCH.Elementare Physik AKademie-Verlag Berlin (1987).
[5]-RAYMOND,A.S.*Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics.1st.ed., Sounders College Publishing ,1996, 1011.*

[٦]-عباس مفيد، نظام محي الدين، طالب عبدالله، الانشطار النووي وسماكة طبقة النيوترونات -أطروحة

دكتوراه جامعة تشرين ٢٠٢٢.

[7]- COTTINGHAM, W.N; GREENWOOD,D.A. *Introductory Nuclear Physics.* Cambridge University Press, 2nd ed ,2004.271.

[8]- ADHIKARI,D ; ALBATAINEH,H ; ANDROIC,D ; ANIOL,K. *Accurate Determination of the Neutron Skin Thickness of 208_{Pb} through Parity-Violation in Electron Scattering (PREX II)* .arXiv:2102.10767v2 [nucl-ex] , 2021,1-7.

[9]- SAMUEL,S.M. *Introductory Nuclear Physics.*2nd ed , WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim,2004,460 .

[10]-STEER,J.S.*Isomer Decay Spectroscopy of Neutron Rich Nuclei.*1st ed, University of Surrey,U.K, 2008,230.

[11]-عباس مفيد، فاهود محمد، ابراهيم بهجت، صقر هشام، تحديد النظر الأثقل والأخف عن طريق تحديد عدد

النيوترونات N في المجال $Z \geq 92$ -مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية، المجلد ٤٤، العدد ٦، ٢٠٢٢.

[١٢]-Isao Tanihata, Hiroshi Toki, *Toshitaka Kajino-Handbook of Nuclear Physics- ISBN 978-981-19-6344-5-Springer Nature Singapore pte.*August 2023.

[13]- Jagdish K.Tuli, *Scribd.com/document/353004829/RU-Orss- Nuclear- Wallet – Cards -8th -Edition-National Data Center .*October 2011.

[١٤]-*Subject Wise Books for NDA 1,2 Exam-NDA Books 2024.*

[١5]- Dmitry Gridnev ,*The Quest for Heavest Uranum Isotopes.*, International Journal of Modern Physics, May(2012).

[16]-Fang Deqing, Mayu-Gang, Cnxiang- Zhou. TIAN WANG HONG- Wei,
*Effects of Neutron Skin Thickness in Peripheral Nuclear Reactions, CHIN
PHYS. Vol.28, No.10- 2011-102102.*

[١٧]- Radovic. Nuclear Energy, Personal. ems.psu.edu(p226), 2019.