

## دراسة أثر المرحلة الإضافية على الموثوقية والكلفة الفعالة لشبكة الفراشة

م. آلاء رجب محمد\*

(تاريخ الإيداع ٢٠٢٤/٥/٢٢ . قُبل للنشر في ٢٠٢٥/١/١٤)

### □ ملخص □

يُعدّ تطوير موثوقية مخططات التوصيل التفرعية جزءاً مهماً في تحسين أداء الحواسيب التفرعية، ويتم تقييم موثوقية هذه المخططات من خلال العديد من المعايير منها معايير مرتبطة بالزمن وأخرى مستقلة عن الزمن، وإن أحد الأساليب الشائعة في حساب موثوقية هذه الأنظمة هي الاعتماد على المعادلات الرياضية الناتجة عن مخططات الموثوقية لكل نوع من أنواع شبكات الربط. من الطرق الهامة والشائعة في تحسين موثوقية شبكات الربط هي استخدام المراحل البينية المضافة ثم قياس مقدار التحسين في الموثوقية بالنسبة الى الكلفة المضافة الناجمة عن إضافة المراحل من خلال معيار الكلفة الفعالة.

يهدف هذا البحث الى دراسة مخططات الموثوقية المستقلة عن الزمن والمخططات المرتبطة بالزمن الخاصة بشبكة الفراشة، وقياس أثر الموثوقية الناتج عن تكرار مرحلة في مخطط التوصيل الخاص بها من خلال معاملات موثوقية البث وموثوقية الطرفية والزمن الوسيط للعطل MTTF والكلفة الفعالة CE، وتبين أنه عند إضافة مرحلة إلى شبكة الفراشة فإن موثوقية الشبكة تتخفض وكذلك الكلفة الفعالة. تم الاعتماد في تحليل مخططات الموثوقية و رسم المنحنيات البيانية على برنامج desmose 3d الذي يسمح برسم المعادلات ورسم النقاط البيانية وتحليل الوظائف. **الكلمات المفتاحية:** مخطط الموثوقية، موثوقية الطرفية، الزمن الوسيط للعطل، الكلفة الفعالة، شبكات التبادل العشوائي، شبكات التوصيل البينية، شبكة الفراشة.

\* ماجستير في قسم هندسة النظم الحاسوبية والالكترونية، كلية هندسة تكنولوجيا المعلومات والاتصالات، جامعة طرطوس - سورية

## A study on the impact of the additional stage on the reliability and effective cost of the butterfly network.

Eng. Ala'a Mohammad\*

(Received 22/5/2024 . Accepted 14/1/2025)

### □ ABSTRACT □

Developing the reliability of parallel interconnection network is an aspect of improving the performance of parallel computers. The reliability of these network is evaluated through various time-related and time-independent criteria. One common method for assessing the reliability of these systems is relying on mathematical equations resulting from reliability block diagram 'RBD' for each type of interconnection network.

An important and common method for improving the reliability of interconnection networks is to use added interconnection stages and then measure the amount of improvement in reliability relative to the added cost resulting from adding stages through the cost-effectiveness criterion

This research aims to study time-independent and time-dependent reliability schemes for the butterfly network and measure the impact of reliability resulting from stage redundancy on its interconnection scheme through broadcast reliability, terminal reliability, Mean Time to Failure (MTTF) and effective cost (CE), It is shown that when a stage is added to the butterfly network, the reliability of the network decreases as well as the effective cost.

The analysis of reliability charts and drawing of graphic curves was based on the Desmose 3D program, which allows drawing equations, plotting graphic points, and analyzing functions.

**Keywords:** reliability Block Diagram, terminal reliability, Mean Time to Failure (MTTF), effective cost, Shuffle Exchange Network 'SEN', interconnection networks, butterfly network.

---

\* Master's degree at CESE Department, Faculty of Communication and Information Engineering Technology, Tartous University, Syria

## ١ - مقدمة

تُعدّ شبكات الربط متعددة المراحل (Multi stage Interconnection Networks) MINs صنف من أصناف الشبكات الحاسوبية عالية السرعة، وتتكون من مجموعة من عناصر التبديل (Switch Elements) مهمتها الربط بين عناصر المعالجة PES في طرف دخل الشبكة وعناصر الذاكرة MES من جهة الخرج [1]. إن المعاملات الأساسية لقياس أداء شبكات MINs هي الكلفة والموثوقية ويتم الاعتماد على الكلفة الفعالة Cost-effective في تحليل واختيار نوع الشبكات المناسب [2].

يوفر تصنيف لوحات شبكات الربط متعددة المراحل أداءً عاليًا وتوافراً وإنتاجية وزمن انتقال أقل واستهلاكاً أقل للطاقة بالإضافة إلى تحسين تحمل الأعطال والموثوقية. ومع ذلك، هناك طلب متزايد على شبكات ربط متعددة المراحل جديدة متسامحة مع العطل وموثوقة [3].

تتكون شبكات MINs من قسمين: الأول وهو جهة المدخلات والثاني هو جهة المخرجات، وإن المدخلات ترتبط مع المخرجات من خلال مجموعة من المراحل البينية الوسيطة، حيث تحتوي كل مرحلة مجموعة مبدلات وكل دخل في هذه الشبكات يمكنه الوصول من خلال مسار عبر المبدلات الى الخرج. يتكون مخطط توصيل شبكة MIN بحجم  $N \times N$  من  $\log_2 N$  مرحلة بينية و عناصر تبديل بحجم  $n \times n$  ولكل مرحلة  $N/n$  عنصر تبديل ويعطى تعقيد الشبكة Complexity بالعلاقة  $N/n \log_2 N$  [4].

يرتبط مصطلح الموثوقية في شبكات MIN بشكل مباشر بدرجة تسامح العطل، وهو مقياس مهم عند تصميم الشبكات كبيرة الحجم وعالية التعقيد، ويمكن تعريف الموثوقية على أنها قدرة النظام على الاستمرار في العمل حتى في حالة وجود الأعطال، ويعتمد ذلك بشكل أساسي على وجود المسارات البديلة والتي تستخدم عند وجود أعطال [5].

إحدى الطرق الشائعة لتطوير موثوقية الشبكة وتحسين درجة التسامح مع العطل لمخطط التوصيل هي استخدام المراحل الإضافية، وفي هذا الاتجاه شملت الدراسة [6] اختبار موثوقية الشبكة لنوع مهم من شبكات MIN وهي شبكات SEN (shuffle exchange network) وقدمت دراسة رياضية لمعادلات الموثوقية الخاصة بشبكات SEN و SEN+ وتمت المقارنة عند شبكات بحجم  $8 \times 8$  و  $16 \times 16$  وأظهرت نتائج البحث تفوق SEN+ على شبكة SEN من حيث درجة الموثوقية أي أن إضافة مرحلة واحدة الى شبكات SEN كان له تأثير إيجابي على تحسين موثوقية مخطط التوصيل.

يتطرق البحث [7] لتحليل موثوقية الشبكات الثلاث SEN, SEN+, SEN+2، وقد توصلت الدراسة أن SEN+ كانت الأفضل من ناحية الموثوقية، ولكن SEN+2 كانت الأقل موثوقية على الرغم أن مخطط توصيل SEN يفشل عند وجود عطل وحيد في المبدلات فقد اعتبر أكثر موثوقية من SEN+2، وقد قدم دراسة تحليلية جديدة للشبكات الثلاث توصل من خلالها إلى أن لشبكتي SEN+ و SEN+2 نفس قيمة الموثوقية وهي دائماً أعلى من موثوقية SEN غير متسامحة العطل، وعليه فقد اعتبرت الدراسة أن إضافة مرحلة واحدة ذو جدوى أفضل من إضافة مرحلتين إلى مخطط التوصيل بالاعتماد على قيم الكلفة الفعالة للشبكات الثلاث.

تطرقَت الدراسة [8] للدراسة الرياضية والتحليلية لشبكات SEN والعديد من طرق تطوير الموثوقية لها، وشملت الدراسة شبكات SEN+ و SEN+2 وشبكات PSEN (Parallel SEN) واعتمدت في التحليل على مخططات الموثوقية والتوابع الرياضية، من خلال دراسة أنواع الموثوقية الثلاث: الموثوقية الطرفية وموثوقية

البحث وموثوقية الشبكة، وكذلك اعتمدت على معامل الكلفة الفعالة في تقييم أداء مخططات التوصيل المدروسة وقد بينت نتائج الدراسة أن استخدام شبكات SEN على التفرع يحقق أداء أفضل بالنسبة لكل من الموثوقية والكلفة الفعالة. وتعني الكلفة الفعالة: نسبة متوسط الوقت حتى الفشل على نسبة التكلفة المادية للوصلات والمبدلات [9]

أما البحث [10] فقد تطرق لدراسة سبل تطوير شبكة Benes والمقارنة بين وثوقيه شبكة Benes وشبكة Benes ذات المرحلة الإضافية EBN وشبكات Benes على التفرع PBN وشبكات Benes المكررة RBN.

اعتمد البحث على رسم مخططات الموثوقية للشبكات المدروسة وتحليلها للحصول على معادلات الأداء وقد استخدم معاملي الموثوقية والكلفة الفعالة في تحليل النتائج وقد توصلت إلى أن شبكات PAN لها القيمة الأعلى من حيث الكلفة الفعالة.

مما سبق فقد تباينت نتائج إضافة المراحل إلى الشبكات بحسب بنية الشبكة، ولم تشمل الدراسات السابقة دراسة مخططات الموثوقية لشبكة الفراشة والنماذج الرياضية الخاصة بها.

في هذا البحث سيتم دراسة ورسم مخطط الموثوقية لشبكة الفراشة وشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية، واستنتاج المعادلات الرياضية للموثوقية بأنواعها الثلاثة (موثوقية البحث، وموثوقية الشبكة، والموثوقية الطرفية)، وذلك لدراسة أثر المرحلة الإضافية على كل من الموثوقية والزمن الوسطي للعطل والكلفة الفعالة ومقارنة النتائج مع ما توصلت إليه الدراسات السابقة من تأثير إضافة مرحلة إلى شبكات SEN.

لابد من الإشارة أن المعادلات الرياضية (النموذج الرياضي) التي تستخدم للحصول على موثوقية البحث، وموثوقية الشبكة، والموثوقية الطرفية، قد تم استنتاجها في المراجع العلمية والدراسات السابقة [6][7][8] لشبكات الربط الحاسوبية التي تعتمد خوارزمية Shuffle-Exchange، أما المعادلات الرياضية (النموذج الرياضي) للشبكة الفراشة، فقد استنتاجها اعتماداً على مبادئ الاحتمالات، وبطريقة مشابهة لتي تم استخدامها في هذه المراجع والدراسات السابقة.

يبين الجدول (1) المصطلحات العلمية واختصاراتها المستخدمة في هذا البحث.

الجدول (1) المصطلحات العلمية واختصاراتها

اللغة العربية	اللغة الإنكليزية	الاختصار
شبكات الربط البيني متعددة المراحل	Multistage interconnection network	MIN
شبكات التبادل المتقاطعة	shuffle-exchange network	SEN
عناصر التبديل	Switch element	SE
عناصر المعالجة	Processing element	PE
عناصر الذاكرة	Memory element	ME
شبكات التوصيل البيني	Interconnection network	INCN
الكلفة الفعالة	Cost effective	CE
شبكات التبادل المتقاطعة المتوازية	parallel shuffle-exchange network	PSEN
مخطط الموثوقية	Reliability Block diagram	RBD
الزمن الوسطي للعطل	Main time to fail	MTTF

الزمن الوسطي بين عطلين	Main time between failure	MTBF
الزمن الوسطي للإصلاح	Main time to repair	MTTR
شبكة Benes المتوازية	Parallel Benes network	PBN
شبكة Benes المضاعفة	Replaced Benes network	RBN

## ٢- هدف البحث

يهدف البحث إلى دراسة مخطط الموثوقية لشبكة الفراشة وشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية واستنتاج المعادلات الرياضية الخاصة بشبكة الفراشة لحساب كل من موثوقية الطرفية وموثوقية البث من مخططات الموثوقية ثم حساب الموثوقية الزمنية من خلال معادلة الزمن الوسطي للعطل MTTF، ثم حساب الكلفة الفعالة لكلا الشبكتين (الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية) ومقارنة النتائج مع الدراسات السابقة لشبكات SEN للتحقق من أثر إضافة مرحلة الى شبكة الفراشة على موثوقيتها.

## ٣- طرق البحث وموارده

### 3-1- طرق تحسين وثوقيه شبكات الربط

#### • إضافة مرحلة الى مخطط التوصيل البيني:

تُعدّ فكرة إضافة مراحل الى مخطط التوصيل من أولى الطرق المعمول بها لتطوير وثوقيه مخطط التوصيل، ويندرج إضافة مراحل إضافية إلى مخططات التوصيل تحت تقنيات فائضية العتاد الصلب Hardware redundancy، وذلك لتحسين التسامح مع العطل، وبالتالي تحسين الوثوقية. في هذه الطريقة يتم إضافة عدد محدد من المراحل الى الشبكة، وذلك يحقق تحسين درجة تسامح العطل بالمقابل فهذه الطريقة تقود الى ازدياد الكلفة (الكلفة الفعالة)، وهي سهلة التطبيق ووفقاً لبعض الدراسات فإن إضافة مراحل الى المخطط قد لا تؤدي الى تحسين الموثوقية [11]، وبالمقابل فإن إضافة المراحل يؤدي الى زيادة طول المسار من المصدر الى الهدف وهو ما يؤدي الى ازدياد التأخير عبر الشبكة [12].

#### • استخدام شبكات SEN على التفرع:

تتطلب هذه الطريقة استخدام عدة شبكات SEN على التفرع مع بعضها ويتم توصيل كل المداخل الى الشبكات من خلال رمز في الدخل ومفكك ترميز في الخرج [13] وتظهر الدراسات أن استخدام هذا الاسلوب يقود الى تحقيق موثوقية أعلى بالمقارنة مع طريقة إضافة المراحل البينية [14] [15].

إن استخدام هذا الأسلوب يحقق العديد من المزايا منها تحقيق درجة أعلى من التسامح مع العطل والموثوقية كذلك، ووفقاً لهذا الأسلوب فإنه من الممكن تخفيض عدد مراحل التبديل مما يخفض طول المسار بين أي مصدر إلى أي هدف، بالمقابل فإن هذا يتطلب زيادة الكلفة المرتبطة بحجم عنصر التبديل وإن زيادة حجم المبدل يقود الى زيادة معدل فشل المبدل [13].

#### • استخدام شبكات SEN المكررة:

يتم تكرار شبكات SEN وترتيبها في L طبقة، ويمكن لزيادة عدد الطبقات أن تقود الى تحسين درجة موثوقية الشبكة.

### 3-2- المعادلات الأساسية للكلفة والموثوقية:

تتسبب مشكلة المنع في شبكات MIN بتقليل درجة موثوقية الشبكة (منع مسارات بين الدخل والخرج لمسارات أخرى)، لذلك تضمنت العديد من الأبحاث تطويرات لدرجة موثوقية شبكة MIN. وتعتبر طريقة زيادة عدد المراحل من أكثر الطرق استخداماً في شبكات SEN، وقد وجدت العديد من الأبحاث أن زيادة عدد المراحل ليس بالضرورة أن يقود إلى زيادة درجة الموثوقية، كذلك تهتم الأبحاث بالكلفة العتادية عند تصميم شبكات MIN الموثوقة، وهنا يتم الاعتماد على بارامتر الكلفة الفعالة والذي يدل على درجة الموثوقية مقابل الكلفة [16].

يتم تعريف الموثوقية على احتمالية استمرار المنظومة بالعمل كتابع للزمن ويرمز لها  $R(t)$  ويتم الاعتماد على ثلاثة أنواع من الموثوقية المستقلة عن الزمن في مخططات التوصيل وهي:

• **وثوقية الطرفية  $R_t$** : وهي احتمالية وجود مسار خالٍ من الأعطال من مصدر محدد إلى هدف محدد ضمن مخطط التوصيل.

• **وثوقية البث  $R_b$** : وهي احتمالية وجود مسارات خالية من الأعطال من مصدر محدد إلى جميع الأهداف في مخطط التوصيل.

• **وثوقية الشبكة  $R_n$** : وهي احتمالية وجود مسارات خالية من الأعطال تؤمن الاتصالية ضمن المخطط من أي مصدر إلى أي هدف.

يتم الحصول على معادلات الموثوقية السابقة في أي مخطط توصيل من خلال رسم مخطط الموثوقية، والذي يعبر عن عدد المراحل البينية (المبدلات) وطريقة ربطها (تسلسل أو تفرع) ودراسة احتمالية حدوث العطل في كل مسار بالاعتماد على وثوقية المبدل  $r$  وطريقة ربط المبدلات التي تشكل المسار المدروس من المصدر إلى الهدف.

أما دراسة الموثوقية المرتبطة بالزمن فتتم من خلال الزمن الوسطي للعطل  $MTTF$  وهو الزمن الوسطي لعمل النظام حتى حدوث عطل فيه، من خلال حساب تكامل الموثوقية المستقلة عن الزمن ولذلك يوجد ثلاث قيم للزمن الوسطي للعطل وهي  $MTTF_t$ ,  $MTTF_b$ ,  $MTTF_n$ .

تعطى الكلفة الفعالة للشبكة بالاعتماد على الموثوقية الزمنية والكلفة وفقاً للمعادلة الآتية:

$$CE = \frac{MainTime\ to\ fail}{cost} = \frac{\int_0^{\infty} R(t)dt}{Cost} \quad (1)$$

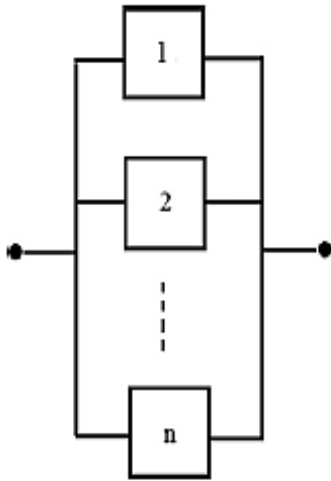
يتم حساب كلفة المبدلات من خلال عدد نقاط التبديل لكل مبدل ونقول عن مبدل بحجم  $2 \times 2$  أن له أربع وحدات كلفة [17] وتعطى وثوقية المبدل بالعلاقة الآتية [18].

$$RSE(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad (2)$$

حيث أن  $\lambda$  هو معدل فشل المبدل ويعطى بقيمة بين 0.000001 وحتى 0.1 ويتم قياس الكلفة الفعالة للشبكة من خلال ثلاث مقاييس أداء وهي الموثوقية الطرفية وموثوقية الشبكة والبت [19]

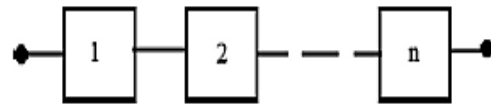
### 3-3- مخططات الموثوقية

يتكون أي نظام توصيل من مجموعة مكونات مختلفة، وترتبط موثوقية أي نظام بشكل مباشر بموثوقية مكوناته وطريقة التوصيل فيما بينها. يكون أي مكون من مكونات المخطط في أحد وضعين إما في حالة عمل أو في حالة عطل. يساعد مخطط الموثوقية RBD في تحليل الموثوقية والعلاقة بين مكونات مخطط التوصيل وفيه يتم تمثيل مكونات النظام بكتل ويتم توصيل الكتل من خلال عدة مستويات على التسلسل أو على التفرع. يبين الشكل (١) طريقتي الربط التسلسلي والربط التفرعي لمكونات النظام ومعادلات حساب الموثوقية لنوعي الربط.



$$R(\text{system}) = \prod_{i=1}^n R_i$$

(ب): الربط التفرعي



$$R(\text{system}) = R_1 \cap R_2 \cap R_3 \cap \dots \cap R_n$$

(أ): الربط التسلسلي

الشكل (١) طريقتا الربط التسلسلي والربط التفرعي لمكونات النظام ومعادلات حساب الموثوقية لنوعي الربط. يبين الشكل (١- أ) مخطط الربط التسلسلي حيث النظام مكون من n عنصر، يحدث عطل النظام التسلسلي عند حدوث عطل في أي من مكوناته. يعبر بالرمز  $R_i$  عن احتمالية وجود العنصر i في حالة عمل. و يبين الشكل (١- ب) بنية النظام التفرعي، والذي يستمر بالعمل طالما أحد مكوناته في حالة عمل ويتم ترميز  $F_i$  باحتمالية عطل المكون i.

يحدث العطل في مخطط التوصيل التفرعي عند تعطل كافة عناصره وهو ما تبينه المعادلتين الآتيتين:

$$F(\text{system}) = F_1 \cap F_2 \cap F_3 \cap \dots \cap F_n \quad (3)$$

$$F(\text{system}) = \prod_{i=1}^n F_i \quad (4)$$

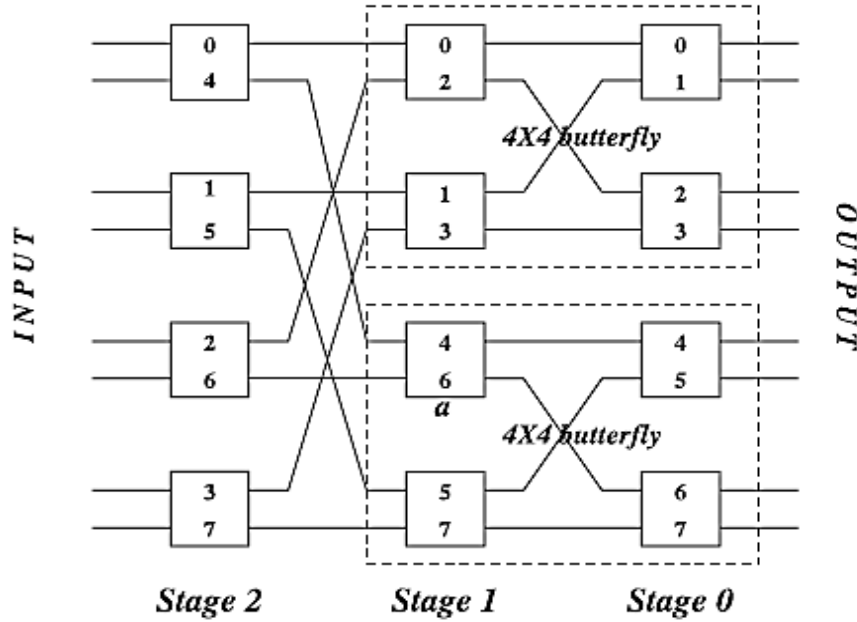
وبالتالي فإن موثوقية النظام التفرعي تعطى بالعلاقة الآتية:

$$R(\text{system})=1-F(\text{system})=1-\prod_{i=1}^n Fi = 1 - (\prod_{i=1}^n (1 - Ri)) \quad (5)$$

حيث تتكون الأنظمة من مجموعات من العناصر المتصلة بشكل تسلسلي أو تفرعي ويتم دراسة النظام ككل من خلال تجزئته الى مجموعة من الأنظمة الجزئية.

#### 3-4- بنية شبكة الفراشة وشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية:

شبكة الفراشة (Butterfly Network) هي نوع من مخططات التوصيل الديناميكية المعتمدة على المبدل (Switched-Based Interconnection) تستخدم في أنظمة متعددة المعالجات والحوسبة الموازية. تم تسمية هذه الشبكة "الفراشة" نسبةً إلى تشابه تصميمها مع شكل جناح الفراشة كما هو مبين في الشكل (٢). تتألف شبكة الفراشة من مجموعة من مفاتيح التبديل (Switches) التي توصل المعالجات والعناصر الأخرى في هيكل مكعب ثنائي الأبعاد (2D Cube) [20].



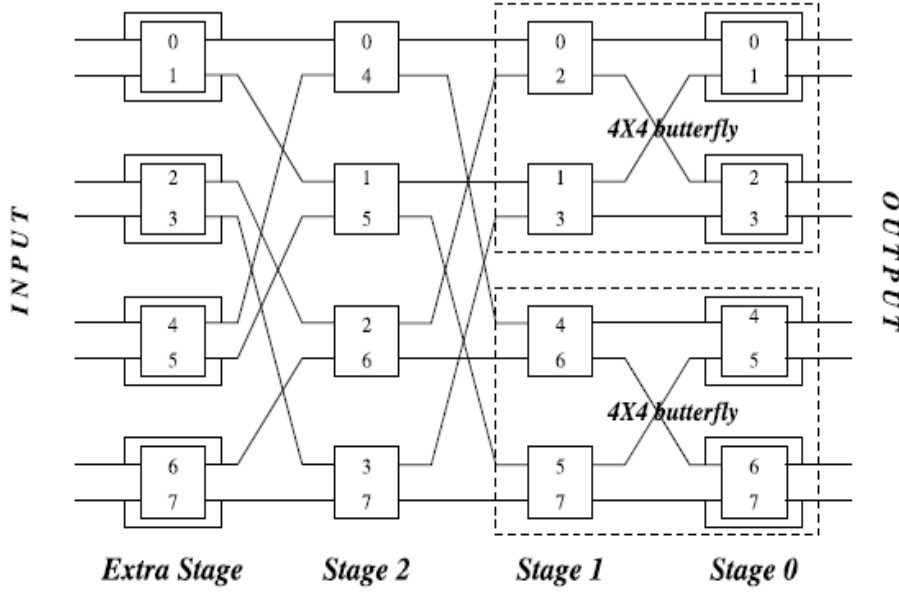
الشكل (٢): مخطط شبكة الفراشة

يجب أن تتحمل شبكات الاتصال المتعدد حالات الفشل المتعددة للمبدلات، أي إذا فشل عنصر معالجة (PE)، فيمكن لعناصر المعالجة المتبقية الاتصال دون أي انقطاع ويجب أن تكون الموثوقية أعلى لتحديد أداء الشبكة [3].

نظراً لأن التسامح مع العطل والموثوقية في شبكات الاتصال المتعدد ذات المسارات المنفصلة والمتكررة تؤدي إلى تحسين الأداء والموثوقية [21]، تم اقتراح طريقة جديدة لزيادة موثوقية MINS المتسامحة مع العطل والتي تعتمد على شبكة (SEN) وشبكة الربط العشوائي غاما (SEGIN)، من خلال إضافة بعض المجموعات الإضافية (MUX) ومفككات الإرسال (DeMUX) في المرحلتين الأولى والأخيرة من هذه الشبكات [22].

يتم تصميم شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية بإضافة مرحلة جديدة متطابقة مع المرحلة الأولى في شبكة الفراشة العادية كمخطط توصيل، تُدعى هذه البنية الجديدة Extra stage butterfly، ويضمن هذا

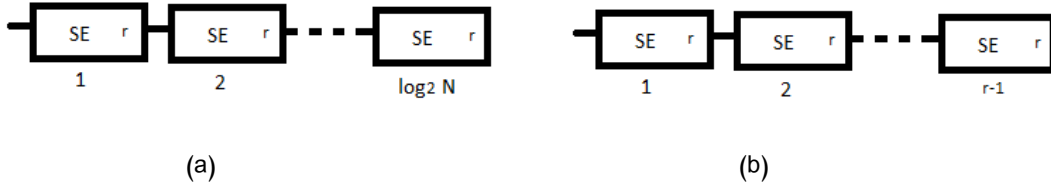
الاجراء معالجة حدوث العطل في المرحلة الأولى من الشبكة، ويبين الشكل (٣) مخطط توصيل شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية.



الشكل (3): مخطط شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية

#### ٤- مخطط الموثوقية لشبكة الفراشة والنموذج الرياضي

بالاعتماد على بنية شبكة الفراشة وآلية التوجيه فيها يمكن رسم مخطط الموثوقية لشبكة butterfly والخاص بالموثوقية الطرفية (الشكل 4-a) والخاص بالموثوقية البث (الشكل 4-b).



الشكل (4): مخطط الموثوقية لشبكة الفراشة، (a) الموثوقية الطرفية لشبكة الفراشة، (b) وثوقية البث لشبكة الفراشة

يبين الشكل (4-a) أن الموثوقية الطرفية لشبكة الفراشة هي عبارة عن وصل تسلسلي لعناصر التبديل وعددها  $\log_2 N$ ، وبالتالي وبالاعتماد على قوانين الاحتمال فإن الموثوقية الطرفية لشبكة الفراشة تعطى بالمعادلة (6) وعند حجم شبكة  $8 \times 8$  نحصل على المعادلة (7).

$$R_T(\text{Butterfly}) = r^{\log_2 N} \quad (6)$$

$$R_T(\text{Buterfly}_{8 \times 8}) = r^3 \quad (7)$$

يبين الشكل (4-b) أن موثوقية البث لشبكة الفراشة هي عبارة عن وصل تسلسلي لعناصر التبديل وعددها  $r-1$ ، حيث  $r$  هي موثوقية المبدل وبالتالي وبالاعتماد على قوانين الاحتمال فإن موثوقية البث لشبكة butterfly تعطى بالمعادلة (8).

$$R_B(\text{butterfly}) = r^{N-1} \quad (8)$$

$$R_B(\text{buterfly } 8 * 8) = r^7 \quad (9)$$

بالتعويض في معادلة الزمن الوسطي للعطل نحصل على المعادلة (10) الخاصة بالزمن الوسطي للعطل للموثوقية الطرفية و المعادلة (11) الخاصة بالزمن الوسطي للعطل لموثوقية البث.

$$MTTF_T(\text{Butterfly}8*8) = \int_0^{\infty} e^{-3\lambda t} dt \quad (10)$$

$$MTTF_b(\text{Butterfly}8*8) = \int_0^{\infty} e^{-7\lambda t} dt \quad (11)$$

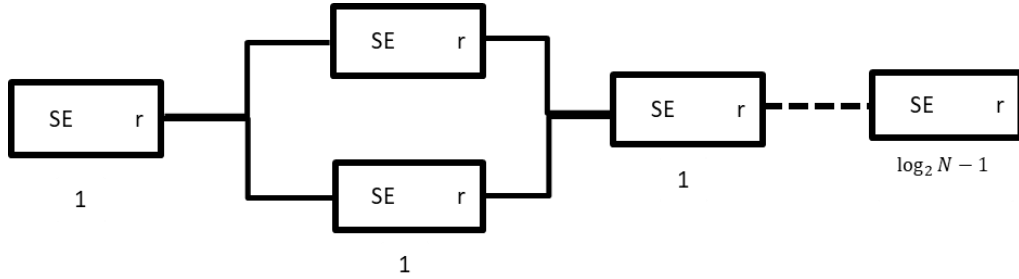
باستخدام المعادلة (1) يمكن حساب الكلفة الفعالة CE كما في المعادلة (12) و (13).

$$CEt(\text{Butterfly}) = \frac{\int_0^{\infty} e^{-3\lambda t} dt}{2N(\log 2N)} \quad (12)$$

$$CEb(\text{Butterfly}) = \frac{\int_0^{\infty} e^{-7\lambda t} dt}{2N(\log 2N)} \quad (13)$$

حيث أن  $2N(\log 2N) = 48$  في حال شبكة بحجم  $8 \times 8$ .

٥- النموذج الرياضي لحساب الموثوقية لشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية بالاعتماد على بنية شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية وآلية التوجيه فيها يمكن رسم مخطط الموثوقية للشبكة والخاص بالموثوقية الطرفية (الشكل 5) والخاص بموثوقية البث (الشكل 6).

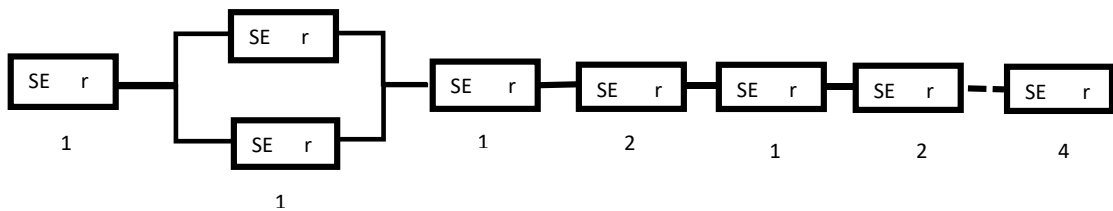


الشكل (5): مخطط الموثوقية الطرفية لشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية

يبين الشكل (5) أن الموثوقية الطرفية لشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية هي عبارة عن وصل تسلسلي لعناصر التبديل وعددها  $\log_2 N$  مضاف إليها مرحلة تفرعية تحوي فرعين، وبالتالي بالاعتماد على قوانين الاحتمالات فإن الموثوقية الطرفية لشبكة الفراشة، تعطى بالمعادلة (14) وعند حجم شبكة  $8 \times 8$  نحصل على المعادلة (15).

$$R_T(BEX) = r^{\log 2N} [1 - (1 - r)^2] \quad (14)$$

$$R_T(BEX8 \times 8) = -r^5 + 2r^4 \quad (15)$$



الشكل (6): مخطط موثوقيه البث لشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية

يبين الشكل (6) أن موثوقية البث لشبكة الفراشة هي عبارة عن وصل تسلسلي لعناصر التبديل وعددها  $r-1$  ومرحلة تحوي فرعين وبالتالي وبالاعتماد على قوانين الاحتمال فإن موثوقية البث لشبكة butterfly  $8*8$  تعطى بالمعادلة (16).

$$R_b(BEX8 * 8) = r^7 [1 - (1 - r)^2] \quad (16)$$

$$R_b(BEX8 * 8) = -r^9 + 2r^8 \quad (17)$$

بالتعويض في معادلة الزمن الوسطي للعلل نحصل على المعادلة (18) الخاصة بالزمن الوسطي للعلل للموثوقية الطرفية والمعادلة (19) الخاصة بالزمن الوسطي للعلل لموثوقية البث.

$$MTTF_t(BEX8*8) = \int_0^{\infty} -e^{-5\lambda t} + 2e^{-4\lambda t} dt \quad (18)$$

$$MTTF_b(BEX8*8) = \int_0^{\infty} -e^{-9\lambda t} + 2e^{-8\lambda t} dt \quad (19)$$

باستخدام المعادلة (1) يمكن حساب الكلفة الفعالة كما في المعادلة (20) و (21).

$$CEt(BEX) = \frac{\int_0^{\infty} -e^{-5\lambda t} + 2e^{-4\lambda t} dt}{2N(\log 2N + 1)} \quad (20)$$

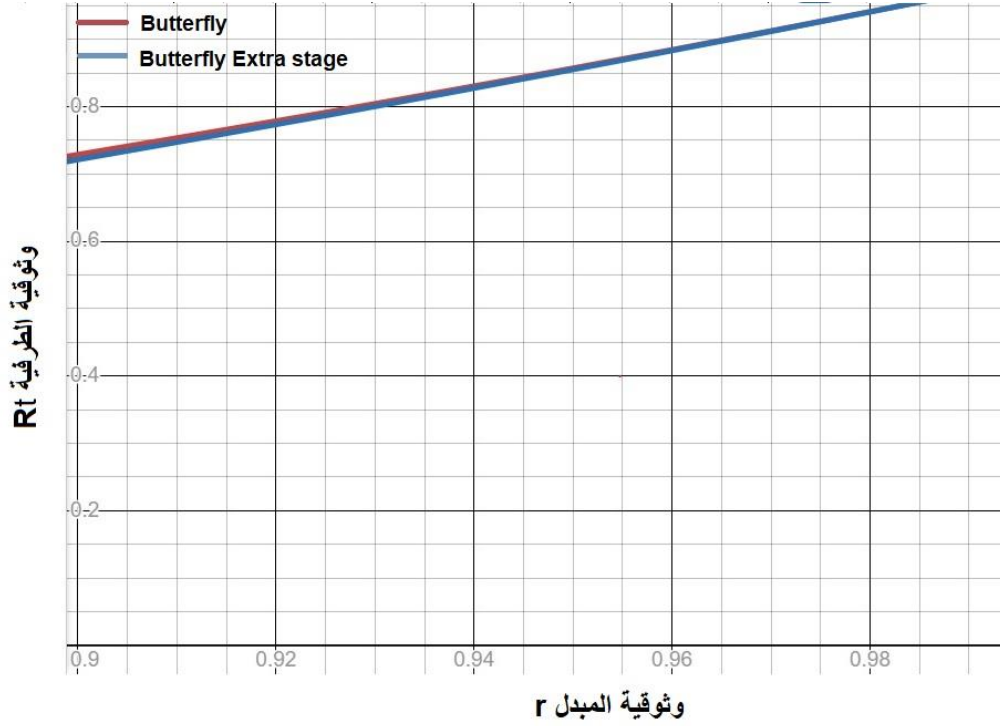
$$CEb(BEX) = \frac{\int_0^{\infty} -e^{-9\lambda t} + 2e^{-8\lambda t} dt}{2N(\log 2N + 1)} \quad (21)$$

حيث أن  $2N(\log 2N + 1) = 64$  في حال شبكة بحجم  $8x8$ .

#### ٦- مقارنة الموثوقية والكلفة الفعالة للشبكتين

يبين الشكل (7) المنحنى البياني للموثوقية الطرفية لكلا شبكتي الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية عند حجم شبكة  $8x8$  بالاعتماد على المعادلات (7) و (15) والنتيجة عن مخطط الموثوقية لشبكة الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية.

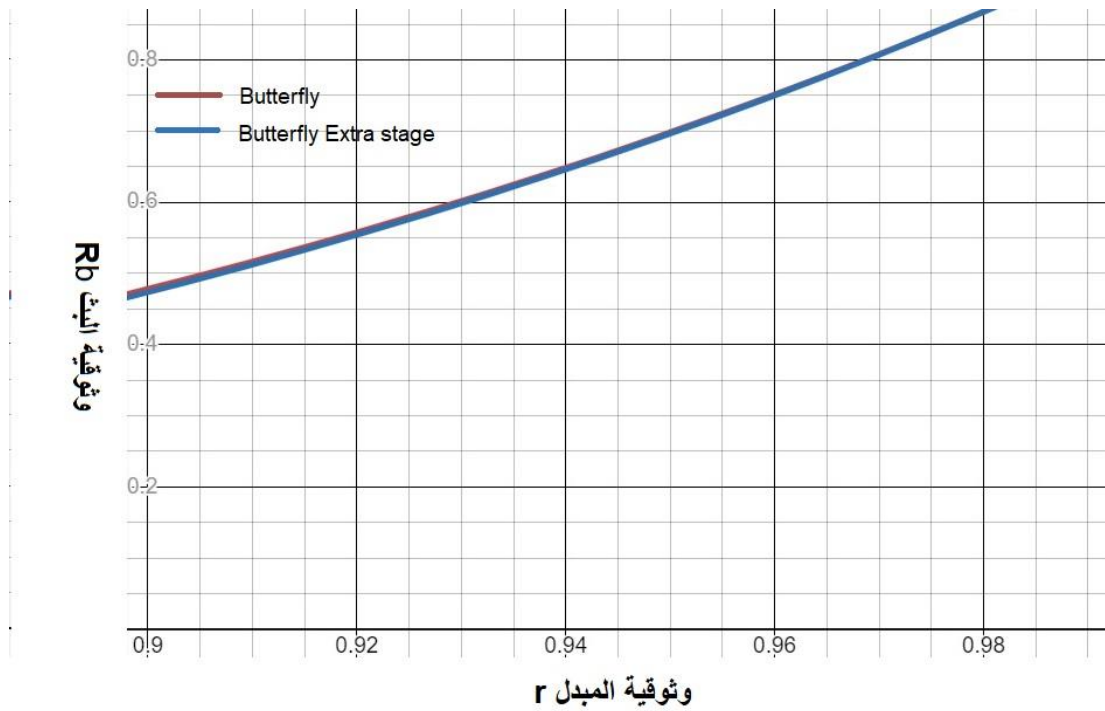
حيث يبين المنحنى أن الموثوقية الطرفية للشبكة ذات المرحلة الإضافية أقل قيمة من الموثوقية الطرفية لشبكة الفراشة عند القيم المنخفضة لموثوقية المبدل، والسبب في ذلك أن إضافة المرحلة الجديدة أدت الى ازدياد طول المسار.



الشكل (7): وثوقية الطرفية لشبكة الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية

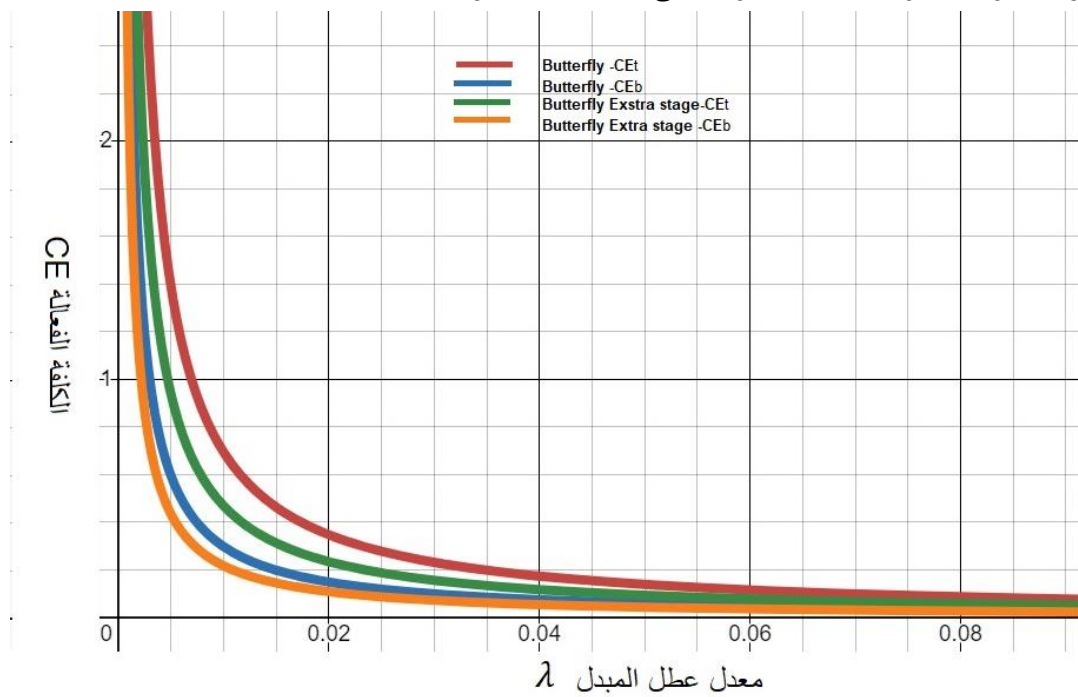
يبين الشكل (8) المنحنى البياني لموثوقية البث لكلا شبكتي الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية عند حجم شبكة 8x8 بالاعتماد على المعادلات (9) و (17) والنتيجة عن مخطط الموثوقية لشبكة الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية.

حيث يبين المنحنى أن موثوقية البث للشبكة ذات المرحلة الإضافية أقل قيمة من موثوقية البث لشبكة الفراشة عند القيم المنخفضة لموثوقية المبدل، والسبب في ذلك أن إضافة المرحلة الجديدة أيضاً أدت إلى ازدياد طول المسار.



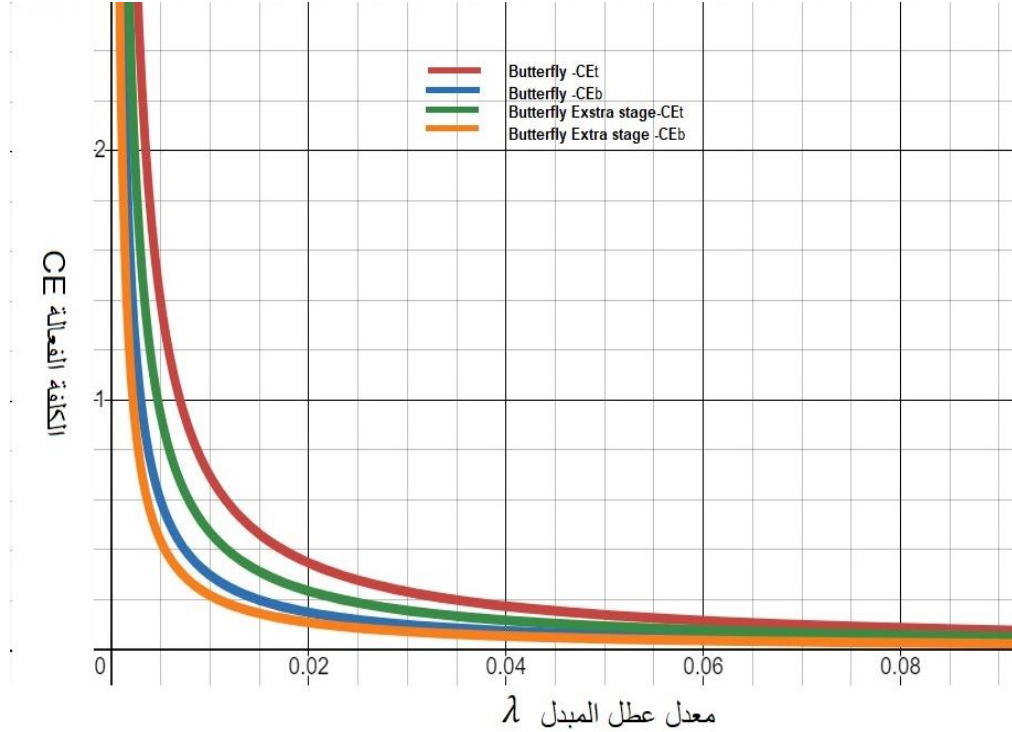
الشكل (8): موثوقية البث لشبكة الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية

أما بالنسبة للزمن الوسطي للعطل  $MTTF_t$  و  $MTTF_b$  لشبكتي الفراشة والفراشة ذات المرحلة الموصوفة في المعادلات (19), (18), (11), (10)، فيبين الشكل (9) أن لشبكة الفراشة أداء أفضل بما يتعلق بالموثوقية المرتبطة بالزمن عند قياس الزمن حتى العطل  $MTTF_t$  و  $MTTF_b$ .



الشكل (9): الزمن الوسطي للعطل لشبكة الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية

يبين الشكل (10) قيم الكلفة الفعالة لشبكة الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية وفقاً للمعادلات (21)، (20)، (13)، (12)، ويظهر أن قيم الكلفة الفعالة للفراشة ذات المرحلة الإضافية تنخفض عن قيم الكلفة الفعالة لشبكة الفراشة بالنسبة لكل المقياسين  $CE_t$ ،  $CE_b$ .



الشكل (10) الكلفة الفعالة لشبكة الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية

يمكن قياس بارامترات شبكة الفراشة بأبعاد مختلفة (8، 16، 32) كما يوضح الجدول (2)، حيث A كلفة المبدل، و S عدد المبدلات و B كلفة الوصلة و L عدد الوصلات.

الجدول (2): بارامترات شبكة الفراشة

Cost	Links	Degree
$A*s+B*L$	$\text{Log}_2(N/2)*N$	Switch in/out
12A+16L	16	4
32A+48L	48	4
80A+128L	128	4

كما يمكن إجراء القياس لمعاملات شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية كما في الجدول (3).

الجدول (3): معاملات شبكة butterfly ذات المرحلة الإضافية

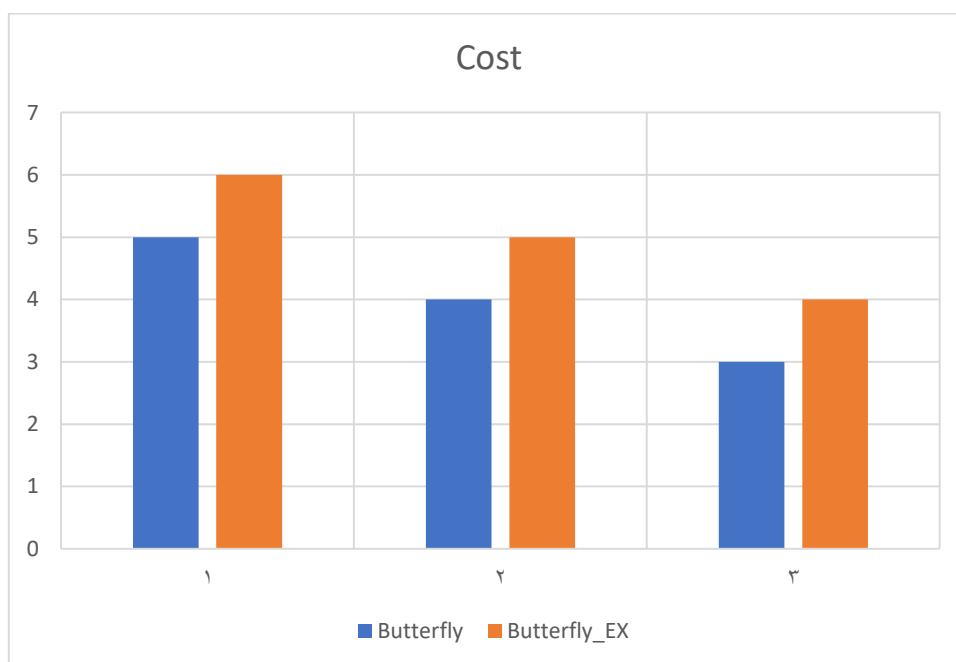
Cost	Links	Degree
$A*s+B*L$	$(\text{Log}_2(N/2)+1)*N$	Switch in/out
16A+66B	24	4
40A+64B	64	4
96A+160B	160	4

يبين الجدول (4) أن إضافة تكرار للمرحلة الأولى في شبكة الفراشة قد أدى إلى كلفة مضافة مرتفعة، ولم يحقق التحسين في الموثوقية الذي تم الحصول عليه قبل تكرار المرحلة .

الجدول (4): مقارنة بين شبكة الفراشة وشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية

البارامتر	شبكة الفراشة	شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية
التسامح مع العطل	غير متسامح مع العطل	متسامح مع العطل
الموثوقية المستقلة عن الزمن عند موثوقية مبدل منخفضة	أفضل من موثوقية شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية	أقل من موثوقية الفراشة
الموثوقية المستقلة عن الزمن عند موثوقية مبدل عالية	متطابقة مع موثوقية الفراشة ذات المرحلة الإضافية	متطابقة مع موثوقية الفراشة
الموثوقية المرتبطة بالزمن	أفضل من موثوقية شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية	أقل من موثوقية الفراشة
الكلفة الفعالة	أعلى من شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية	أقل من شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية

يمثل الشكل (١١) مخطط الكلفة للشبكتين، الفراشة والفراشة ذات المرحلة الإضافية عند أحجام الشبكة 8 و16 و32



الشكل (١١): الكلفة للشبكتين مقابل حجم الشبكة

يمكن إجراء مقارنة بين الدراسات السابقة والبحث كما يوضح الجدول (5).

جدول (5): مقارنة البحث مع الدراسات السابقة

الدراسات السابقة	البحث الحالي
تباينت نتائج إضافة المراحل إلى الشبكات بحسب بنية الشبكة ولم	تم دراسة ورسم مخطط الموثوقية لشبكة الفراشة وشبكة

تشمل الدراسات السابقة دراسة مخططات الموثوقية لشبكة الفراشة والنماذج الرياضية الخاصة بها	الفراشة ذات المرحلة الإضافية وحساب الموثوقية بالاعتماد على القوانين الاحتمالية .
تبين أن إضافة مرحلة إلى شبكة sen أدى إلى تحسن ملحوظ في الموثوقية المستقلة عن الزمن	تبين أنه عند إضافة مرحلة إلى شبكة الفراشة فإن موثوقية الشبكة تنخفض وكذلك الكلفة الفعالة

## ٧- النتائج والتوصيات

تطرقنا في هذا البحث لدراسة إحدى الطرق المستخدمة لتحسين موثوقية مخططات الربط التفرعية ومن الجدير بالذكر أن هناك طرق أخرى لتحسين الموثوقية ولكن كنا قد درسنا طريقة إضافة مرحلة بينية إضافية نتيجة لأهميتها واستخدامها بكثرة في تطوير مخططات التوصيل التفرعية، واستهدف البحث شبكة الفراشة وشبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية.

تضمن البحث دراسة ورسم مخطط الموثوقية للشبكتين المدروستين ومن ثم كتابة معادلات الموثوقية الخاصة بها من خلال الموثوقية المستقلة عن الزمن  $R_t$ ,  $R_b$  والموثوقية المرتبطة بالزمن من خلال المعامل  $MTTF_t$ ,  $MTTF_b$  وكذلك قياس الكلفة الفعالة للشبكتين  $CE_t$ ,  $CE_b$ .

أظهرت النتائج أن قيم الموثوقية المستقلة عن الزمن لشبكة الفراشة أفضل منها في حالة الفراشة ذات المرحلة الإضافية عند قيم موثوقية منخفضة للمبدل وتطابق قيم الموثوقية للشبكتين عند القيم العالية لموثوقية المبدل ويعود السبب إلى زيادة طول المسار واحتمالية حدوث العطل في المرحلة المضافة والتي تشكل تكرار للمرحلة الأولى وليس لها أي تأثير على المراحل اللاحقة.

بالنسبة للموثوقية المرتبطة بالزمن فقد بين المعامل  $MTTF$  أفضلية شبكة الفراشة عند ساعات عمل أطول على الرغم من تسامح العطل الذي تؤمنه شبكة الفراشة ذات المرحلة الإضافية، وكذلك فإن الكلفة الفعالة لشبكة الفراشة كانت أعلى من الكلفة الفعالة للفراشة ذات المرحلة الإضافية وهو ما يشير إلى أن إضافة تكرار للمرحلة الأولى في شبكة الفراشة قد أدى إلى كلفة مضافة مرتفعة مقارنة ولم يحقق التحسين في الموثوقية التي تم الحصول عليه.

بالمقارنة مع البحث [8] والتي بين فيه من خلال مخططات الموثوقية أن إضافة مرحلة إلى شبكة SEN بحجم  $16*16$  التقليدية أدى إلى تحسن ملحوظ في الموثوقية المستقلة عن الزمن أما بالنسبة للتحسن بما يخص الكلفة الفعالة فقد اقتصر على القيم المنخفضة لمعدل فشل المبدل.

إن إضافة المرحلة إلى الفراشة اقتصر على تحسن درجة تسامح العطل لكنها لم تؤدي إلى تحسن وأدت إلى كلفة فعالة منخفضة مقارنة بمخطط الفراشة.

تبين نتائج الدراسة تطابق معادلات الوثوقية لشبكة الفراشة مع قيم الوثوقية لشبكة SEN المدروسة في البحث [8] وبالتالي فإن أداء شبكة الفراشة متطابق مع أداء شبكة SEN.

بالنسبة لإضافة مرحلة إلى وثوقية شبكة الفراشة تنخفض وكذلك الكلفة الفعالة للشبكة أما إضافة مرحلة إلى شبكة SEN فقد أدى إلى تحسن درجة وثوقية الشبكة كما بين البحث [8].

## ٨- المراجع العلمية

- [1] Parhami B (2002) Introduction to parallel processing: algorithms and architecture. Springer, New York.
- [2] Mohsen Jahanshahi and Fathollah Bistouni. Crossbar-Based Interconnection Networks: Blocking, Scalability, and Reliability. Springer, Switzerland, 2018.
- [3] Amit Prakash, Dilip K. Yadav and Arvind Choubey. A Survey of Multistage Interconnection Networks. Recent Advances In Electrical & Electronic Engineering, 2020,13,165-183.
- [4] James T. Blake and Kishor S. Trivedi. "Multistage interconnection network reliability." IEEE Transactions on Computers 38.11 (1989): 1600-1604.
- [5] Arzilawati N, Yunus Md, Othman M, Hanapi Z, Lun KY (2016) Reliability review of interconnection networks. IETE Tech Rev 33:596–606.
- [6] Indra Gunawan. "Reliability analysis of shuffle-exchange network systems." Reliability Engineering & System Safety 93.2 (2008): 271-276.
- [7] Fathollah Bistouni and Mohsen Jahanshahi. "Analyzing the reliability of shuffle-exchange networks using reliability block diagrams." Reliability Engineering & System Safety 132 (2014): 97-106.
- [8] Abedini, R., & Ravanmehr, R. (2020). Parallel SEN: A new approach to improve the reliability of shuffle-exchange network. The Journal of Supercomputing, 76(12), 10319-10353. <https://doi.org/10.1007/s11227-020-03252-8>.
- [9] Jahanshahi, M., & Bistouni F. (2015). Reliability analysis of multilayer multistage interconnection networks Telecommun Syst DOI 10.1007/s11235-015-0093-7
- [10] Jahanshahi, M., & Bistouni, F. (2015). Improving the reliability of the benes network for use in large-scale systems. Microelectronics Reliability, 55(3-4), 679-695. <https://doi.org/10.1016/j.microrel.2014.12.008>.
- [11] Blake James T, Trivedi Kishor S. Multistage interconnection network reliability. IEEE Trans Comput 1989;38(11):1600–4.
- [12] Gunawan Indra. Reliability analysis of shuffle-exchange network systems. Reliab Eng Syst Saf 2008;93(2):271–6.
- [13] Bistouni Fathollah, Jahanshahi Mohsen. Pars network: a multistage interconnection network with fault-tolerance capability. J Parallel Distrib Comput 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jpdc.2014.08.005>.
- [14] Bansal PK, Joshi RC, Singh Kuldeep. On a fault-tolerant multistage interconnection network. Comput Electr Eng 1994;20(4): 335–4.
- [15] Adams George B, Siegel Howard Jay. The extra stage cube: a fault-tolerant interconnection network for supersystems. IEEE Trans Comput 1982;100(5):443–54.
- [16] Bistouni F, Jahanshahi M (2015) Pars network: a multistage interconnection network with faulttolerance capability. J Parallel Distrib Comput 75:168–183.
- [17] Gunawan I (2008) Reliability analysis of shuffle-exchange network systems. Reliab Eng Syst Saf 93:271–276.
- [18] Sharma S, Kahlon S, Bansal PK (2008) On a class of multistage interconnection network in parallel processing. Int J Comput Sci Netw Secur 8:287–29.

- [19] Jahanshahi M, Bistouni F (2015) Improving the reliability of the Benes network for use in largescale systems. *Microelectron Reliab* 55:679–695.
- [20] W. Y. Chou, R. B. Chen, and C. Chen, “All-to-all personalized exchange algorithms in generalized shuffle-exchange networks,” in *Proc. 8th Int. Conf. on Networks*, 2009, pp. 185–190.
- [21] Goyal NK, Rajkumar S (2017) Multi-source multi-terminal reliability evaluation of interconnection networks. *Microsys Technol* 23(1):255–274.
- [22] Roya Gholizadeh, Mojtaba Valinataj . Reliability Improvement of Fault-Tolerant Shuffle Exchange Interconnection Networks .10th International Conference on Computer and Knowledge Engineering (ICCKE2020) October 29-30, 2020 – Ferdowsi University of Mashhad - Iran